

斜面上の波の碎波特性とその数値解析手法について

熊本大学工学部 正会員 滝川 清

学生員 山田文彦・加行 孝・宮崎雅邦

1. はじめに 本研究は、水深減少に伴う碎波変形過程を、内部に生ずる乱れに起因したエネルギー逸散機構との関連においてとらえ、実験的、理論的にその構造を調べることであり、碎波変形のシミュレーション手法を確立しようとするものである。波高減衰を理論的に取扱うためには、乱れのモデル化が重要であるが、碎波の乱れは、碎波形態等によっても大きく異なり、定式化は極めて困難である。そこで本研究では、乱れのレイノルズ応力をプラントル型で評価し、さらに突っ込み点以降、顕著となる連行気泡の効果を、空気の圧縮性を考慮した連続式で評価することにした。解析手法は昨年同様、有限要素法を適用し、定常碎波を対象に解析を行い実験値と比較してみたのでここに報告する。

2. 基礎式と定式化 右図に示すように2次元の領域で、静水面上にX軸、鉛直上向にY軸を取り、左方の仮想境界 S_0 から周波数 σ ($2\pi/T$: T は周期)、波高 H の入射波を考える。流体運動の平均流速を u および v 、圧力 p 、流体密度を ρ とする。碎波帯内での気泡連行に空隙率を考慮して、エネルギー逸散領域での連続式、及び運動方程式を次式のように考える。

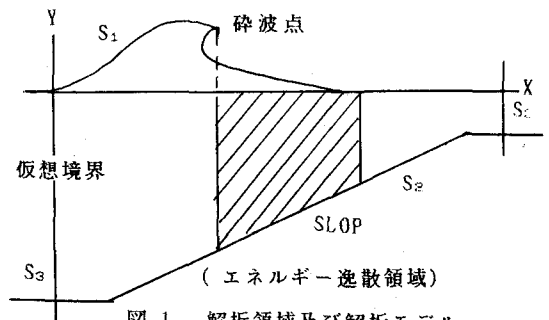


図-1 解析領域及び解析モデル

$$\partial u / \partial x + \partial v / \partial y = -\lambda \partial p / \partial t, \quad \lambda = \varepsilon \cdot (\alpha_w + \alpha_a (1 - \varepsilon) / \varepsilon) \quad (1)$$

$$1/V \cdot D u / D t = -\partial (p / \rho) / \partial x - F_x$$

$$1/V \cdot D v / D t = -\partial (p / \rho + gy) / \partial y - F_y \quad (2)$$

ここに、 ε : 空隙率、 α_w : 水の圧縮率、 α_a : 空気の圧縮率、 $V = \varepsilon / (1 + (1 - \varepsilon) \cdot C_w)$ である。 F_x 及び F_y は流体の分子粘性及び乱れに伴うエネルギー逸散項である。いま、 $F_x = \mu \cdot u$ 、 $F_y = \mu \cdot v$ として、乱れ項をこれと等価な線形逸散係数として評価すると、流体運動は速度ポテンシャル $\Phi = \phi \cdot e^{i\sigma t}$ の存在を仮定でき、式(2)の運動方程式は積分されて、次の圧力方程式(4)式が得られる。式(1)、式(2)は結局、次のようになる。

$$\partial^2 \Phi / \partial x^2 + \partial^2 \Phi / \partial y^2 = \lambda \partial p / \partial t \quad (3)$$

$$1/V \cdot (\partial \Phi / \partial t + \mu V \Phi) + p / \rho + gy = 0 \quad (4)$$

エネルギー逸散を考えない領域では、上式中 $\lambda = 0$ 、 $\mu = 0$ 、とすればよく、この時流体は完全流体として取扱う事になる。一方、エネルギー逸散領域では、 μ および λ の値が変化する事になるので、各領域の境界面上で、流体運動の連続条件(mass-flux 及び energy-flux)を満足する必要がある。

$$\text{mass-flux} : \partial \Phi / \partial n$$

$$\text{energy-flux} : (p / \rho + gy) = -1/g V (\partial \Phi / \partial t + \mu V \Phi) = H \quad (5)$$

解析として式(3)、(4)を式(5)の条件の下に、 Φ を未知量として解く事もできるが、各領域ごとに Φ が不連続となり面倒である。そこで、式(5)の波圧成分 H が全領域を通じ連続である事に注目し、これを未知量とした解析を行う。いま、運動が周期的であるとして $H = H_0 \cdot e^{i\sigma t}$ とすると、 $\phi = -\beta \cdot H_0$ 、 $\beta = g V / (i\sigma + \mu V)$ となり、各条件式は書き改められ、次式のように表現出来る。

$$\text{流体内部} : \partial / \partial x (\beta \partial H / \partial x) + \partial / \partial y (\beta \partial H / \partial y) = (i\sigma) \lambda H$$

$$S_1 : y=0 \text{で } i\sigma H = -\beta \partial H / \partial y, \quad S_2 : -\beta \partial H / \partial n = 0 \quad (7)$$

$$S_3 : \partial H / \partial n = \partial H_0 / \partial n \quad (H_0 : \text{解析領域外部での値})$$

以上、解析としては、式(7)で示される境界値問題を解く事になるが、ここでは、F.E.M解析する場合の汎関数 χ のみを示し、解析手法の詳細は、文献1)を参考にされたい。

$$\chi = \int \int [1/2\{\beta(\partial H/\partial x)^2 + \beta(\partial H/\partial y)^2\} + PH]dV - \int_{\Sigma_1} QHds_1 - \int_{\Sigma_3} RHds_3 \tag{8}$$

ここに、 $P = i\sigma\lambda H$, $Q = -i\sigma H$, $R = \beta\partial H/\partial n$ であり、変分を受ける独立量は H のみである。

3. エネルギー-逸散係数 空気混入を伴う乱れによるエネルギー-逸散は式(2)で表現されるが、いま乱れが等方的であると仮定し、エネルギー-逸散応力を F とすると、 $\partial F/\partial x = F_x = \mu u$ $\partial F/\partial y = F_y = \mu v$ (9)の関係がある。いま、 F として、プラントル仮定に基づくレイノルズ応力として評価すると

$$F = l_x^2 \cdot |\partial u/\partial x| \cdot \partial u/\partial x + l_y^2 \cdot |\partial v/\partial y| \cdot \partial v/\partial y \tag{10}$$

ここで、 l_x 、及び l_y は、X方向及びY方向の乱れのスケールを表す長さである。

ところで、本解析では、式(9)に示す様に、これを等価な線形係数の形で取扱う為に、等価仕事則を適用する。すなわち、式(10)の応力 F と、式(4)中の応力項 μV 中の仕事量が等しい事より、

$$\mu = 8/3\pi \cdot (l_x^2 \cdot |\partial u/\partial x| \cdot \partial u/\partial x + l_y^2 \cdot |\partial u/\partial y| \cdot \partial u/\partial y) / \phi; u = u_0 \cdot e^{i\sigma t} \tag{11}$$

の関係が得られる。また、乱れのスケールとして、ここでは、水粒子の平均移動距離に比例した次の形を考える。

$$l_x = |u_0|/\sigma \cdot (h+y)/h, \quad l_y = |v_0|/\sigma \cdot (h+y)/h \tag{12}$$

式(11)は未知量の絶対値を含む非線形項であり、通常の方法では解くことはできない。ここでは全領域で $\mu=0$ とした結果を初期条件として用い、漸次、収束計算を行った。

4. 適用計算結果 図-1に示した傾斜面H/HB上での碎波を対象とし、碎波によるエネルギー-逸散領域を碎波点より斜面上端の範囲に設定し、本解析を行った。また、碎波に伴う空気混入による空隙率の変化は、一応ここでは無視している。図-2の各図は、碎波による波高減衰をプロットしたもので、図中の実線が解析結果であり、文献2)の実験結果と対比したものである。全体的に解析結果は、波高減衰の状況を良く説明していると思われるが、エネルギー-逸散の評価方法等、碎波の形態によって異なる事も考えられ、今後、内部速度分布等、詳細な検討を加える必要がある。なお現在、碎波内部のビデオ撮影による実験を実行中であり、これらの結果を基に解析手法の確立を図って行きたい。最後に、本研究は、62年度文部省科学研究費による研究の一部である事を記し、ここに謝意を表する。

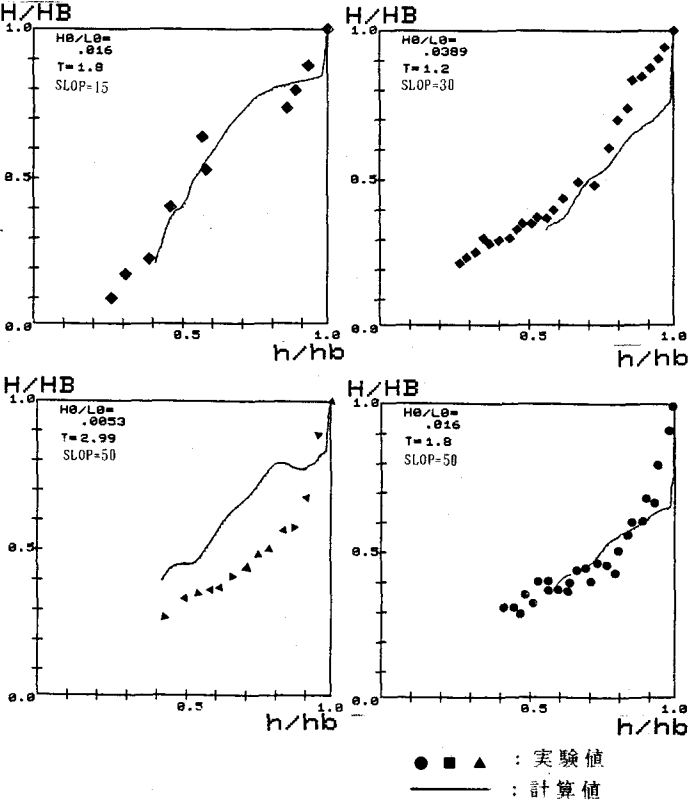


図-2 実験値との比較

参考文献：(1)滝川 清, 田淵 幹修：有限要素法による波動解析について(3). (昭和53年度土木学会西部支部研究発表会概要集pp242)
 (2)堺 茂樹, 和泉 恵之, 小野 敏行, 山下 敏彦, 佐伯 浩
 : 碎波後の波の変形と気泡連行深に関する研究.(第33回海岸工学講演会論文集pp16-20)