

境界要素法による液体貯槽の動的応答解析

九州共立大学 工学部 正員 小 坪 清 真
 九州工業大学 工学部 正員 ○高 西 照 彦
 九州工業大学 工学部 正員 多 田 浩

1. まえがき 著者等は前論⁽¹⁾において、一般に液体貯槽が強制変位を受けたときに生ずる液面動揺（スロッシング）の時間的発達過程を、長方形2次元液体貯槽模型の場合について観測し、他方、VOF法（Navier-Stokesの方程式を差分法によって解く近似解法）を用いて数値計算を行い、液面変位の時間的変化を算出した。このようにして得られた実験値と計算値とを比較すると両者はよく一致していることが判った。VOF法は非線形性の強い流体運動の数値シミュレーションを行うためには非常に優れた方法ではあるが、この方法に従えば数値計算に際して非常に多くの記憶容量と計算時間とを必要とする。近年、流体運動の数値解析法の一つとしてBEM法（境界要素法）がよく用いられるようになった。この方法では、解析しようとする物体の境界上のみ節点を配置すればよいので、差分法や有限要素法に比べて記憶容量が少なくすむという長所がある。また、スロッシング現象の解析に際しては刻々変化する流体の自由表面の形状に応じて節点を移動させて計算を行うことができるという特徴を有する。中山等⁽²⁾は、BEMを用いて長方形貯槽内容液のスロッシング現象の2次元解析を行う理論を示し、数値計算を行ってスロッシングによる液面変位の時間的発達過程をシミュレートしている。本論は、中山等の理論にしたがって、BEMによって、定常及び非定常強制変位を受ける2次元長方形貯槽内容液に生ずるスロッシングの時間的発達過程の数値シミュレーションを行って、内容液の自由液面と壁面動水圧の時間的変化を算出し、得られた結果を長方形2次元液体貯槽模型を用いて行った実験結果と比較したものである。

2. BEMによる理論解析 いま、図-1に示すように2次元長方形液体貯槽が強制変位 $a(t)$ を受ける場合を考える。流体は完全流体であり、その運動は非回転であると仮定すれば、流体の運動を支配する方程式は

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0, \quad \Omega \text{ 内} \dots\dots (1) \quad \text{ここに } \phi(x, y, t) \text{ は速度ポテンシャルであり、} x, y \text{ 方向の流体の速度を } u, v \text{ とすれば}$$

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \phi}{\partial y} \dots\dots (2) \quad \text{と表される。} \Gamma_1, \Gamma_2 \text{ 上の境界条件は}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right\} + \frac{d^2 a}{dt^2} X + g \eta = 0, \quad \Gamma_1 \text{ 上。} \quad \frac{\partial \phi}{\partial n} = n_y \frac{\partial \eta}{\partial t}, \quad \Gamma_1 \text{ 上。} \quad \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0, \quad \Gamma_2 \text{ 上} \quad (3)$$

である。ここに $\eta(x, y)$ は自由液面変位、 n は境界における外向き法線、 n_y は n の方向余弦、 g は重力の加速度である。図-1の長方形貯槽内容液の境界を図-2に示すように有限個の要素に区分し、要素内では ϕ, η 等は線形変化をすると仮定する。式(1)、(3)をグリーンの公式を用いる定式化の手法（境界要素法）に従って定式化すれば、 A, B, C, D を係数行列、 E を定数ベクトルとして次式に示すような連立方程式が得られる。

$$A\Phi + B\dot{\Phi} + C\eta + D\dot{\eta} = E \dots\dots (4) \quad \text{ここに、} \Phi = (\phi_1 \phi_2 \dots \phi_N)^T, \quad \eta = (\eta_1 \eta_2 \dots \eta_N)^T \text{ であり、} T \text{ は転置を表す。上付添字・は時間に関する微分を表す。いま時間ステップ } \Delta t \text{ は小さいとして } \phi \text{ 及び } \eta \text{ の増分を } \Delta \phi, \Delta \eta \text{ とすれば}$$

$$\phi = \phi_0 + \Delta \phi, \quad \eta = \eta_0 + \Delta \eta \dots\dots (5) \quad \text{と書くことができる。また、} \phi \text{ 及び } \eta \text{ は } \Delta t \text{ の間では線形変化をするとすれば、} \quad \phi = 2\Delta \phi / \Delta t - \phi_0, \quad \eta = 2\Delta \eta / \Delta t - \eta_0 \dots\dots$$

(6) と表すことができる。式(5)、(6)を式(4)に代入して整理すれば、境界要素法によって長方形貯槽内容液の運動を求める方程式が得られて次式のように表される。

$$\begin{Bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \Phi \\ \Delta \eta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R \\ R \end{Bmatrix} \dots\dots (7) \quad \text{式(7)の係数行列 } F \text{ の中には } \phi, \eta \text{ が含まれているので、上式は } \Delta \Phi, \Delta \eta \text{ に関する非線形の連立方程式になる。}$$

中山等は F 中の ϕ, η を ϕ_0, η_0 で近似することによって、上式を線形方程式に置換して解いているが、本論

では、繰り返し計算を行うことによって上式を非線形方程式のままでその解を求めた。

3. 数値計算結果及び考察 BEMによる計算では25の要素数を採用した。正弦波入力に対するBEMによる液面変位応答計算結果とVOF法によるそれとを図-3に示した。参考のため線形厳密解をも示している。BEMの結果は液面変位の非線形性をよく表していることがわかる。BEMによる計算値と実験値との比較を図-4, 5に示す。図-4は定常入力の場合、図-5は日本海中部地震(1983.5)における秋田港での記録(EW成分)を入力した場合のものである。BEMの結果は実験値とよく一致しているといえよう。非定常入力の場合については入力加速度が大きくなるに従って両者の結果には差が生じてくる。

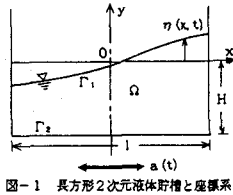


図-1 長方形2次元液体貯槽と座標系

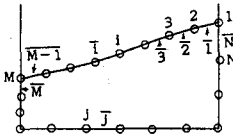


図-2 境界要素と節点

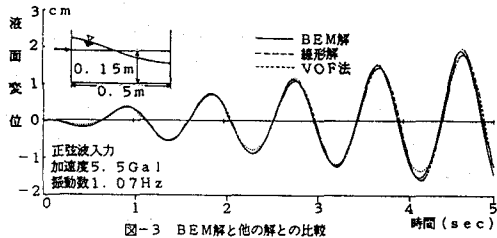
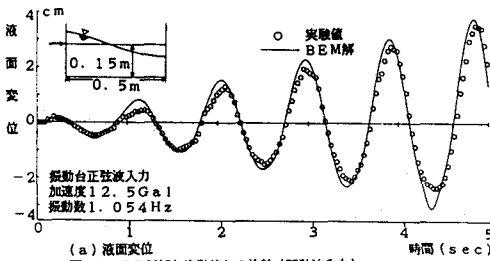
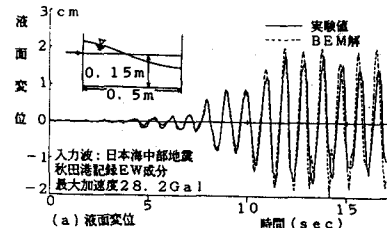


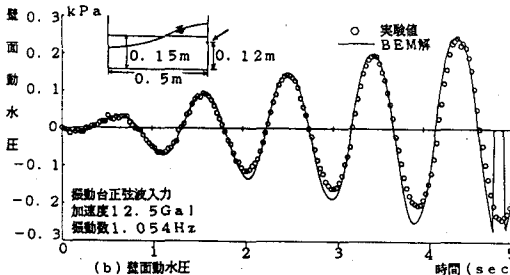
図-3 BEM解と他の解との比較



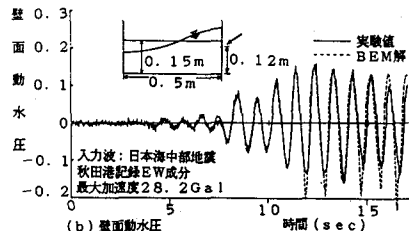
(a) 液面変位
図-4 BEM解と実験値との比較(正弦波入力)



(a) 液面変位
図-5 BEM解と実験値との比較(不規則波入力)



(b) 壁面動水圧
図-4 BEM解と実験値との比較(正弦波入力)



(b) 壁面動水圧
図-5 BEM解と実験値との比較(不規則波入力)

(1) 小坪他: 模型貯槽内容液の動的応答特性、第19回地震工学研究発表会講演概要、1967.7.

(2) Nakayama, T. et al: The boundary element method applied to the analysis of two-dimensional nonlinear sloshing problems, Int. J. num. Meth. Engng., vol17, 1981.