

桁橋のたわみ振動数の簡易推定法について

九州工業大学 正員○久保喜延

横浜国立大学 正員 宮田利雄

1. まえがき

既設橋梁の振動特性に関する調査をしようとする場合、その橋梁が持つ固有振動数を知る必要がある。長大橋梁および架設後間もない橋梁では、その橋梁の細かい設計諸元まで手に入れることができ、それに基づいた解析をすれば、所要のデータを得ることができる。しかし、短径間橋梁や架設後時間が経過した橋梁では、振動数を算定するための資料を入手することさえ困難である。一般に最も容易に資料収集が行えるのが橋梁雑誌や橋梁年鑑等を検索することであるが、これらから得られるデータは径間長および桁重量等のみで、桁の剛性に関するものはほとんど含まれていない。このような環境の中で、桁橋の固有振動数を推定するにはどのようにすればよいであろうか。これまでに、種々の方法が提案されてきている。径間長のみを用いるもの¹⁾、いくつかのパラメーターを用いるもの^{2), 3)}等があるが、力学的な根拠に乏しい。本研究では、構造力学の解法の一つである3モーメント法を用いて連続桁橋のたわみ固有振動数を推定するための簡易式を導き、これによる結果と有限要素解析による結果との比較を数橋について行うと同時に、実測結果およびこれまでに提案されている手法との比較をおこなった。

2. 基礎式の誘導

支点 $i-1, i, i+1$ の連続桁の振動時に対する3モーメント式は、構造力学で用いられる3モーメント式の荷重項を振動による桁質量の慣性力に置換し、振動モードを考慮することにより、次式のように表わされる。

$$M_{i-1} \left(\frac{\ell_i}{I_i} \right) (1+p_i) + M_i \left\{ \frac{\ell_i}{I_i} (2+q_i) + \frac{\ell_{i+1}}{I_{i+1}} (2+q_{i+1}) \right\} + M_{i+1} \left(\frac{\ell_{i+1}}{I_{i+1}} \right) (1+p_{i+1}) = 0 \quad (1)$$

ただし、一様断面梁の任意点の振動を $y(x, t) = Y(x) \cdot \exp(i\omega t)$ と置くと、その振動モードは、

$$Y(x) = C_1 \sin \beta x + C_2 \cos \beta x + C_3 \sinh \beta x + C_4 \cosh \beta x$$

$$\beta^4 = \frac{\gamma A \omega^2}{g E I} \quad \text{---(2)} \quad \begin{array}{l} \gamma: \text{梁の単位体積重量, } A: \text{梁の断面積, } \omega: \text{固有円振動数} \\ g: \text{重力加速度, } E I: \text{曲げ剛性} \end{array}$$

で与えられ、 p_i および q_i は次式で与えられるものである。

$$p_i = \frac{3}{\phi_i} (\operatorname{cosec} \phi_i - \operatorname{cosech} \phi_i) - 1, \quad q_i = \frac{3}{\phi_i} (\coth \phi_i - \cot \phi_i) - 2, \quad \phi_i = \beta \ell_i \quad \text{---(3)}$$

これを連続橋のうち、三径間連続橋で中央径間 ℓ_0 、側径間長 ℓ_1, ℓ_2 を有するものに適用すると、次式の振動数方程式に対応するものを得る。

$$\begin{aligned} & \{ (\coth \phi_1 - \cot \phi_1) + (\coth \phi_0 - \cot \phi_0) \} \\ & \cdot \{ (\coth \phi_2 - \cot \phi_2) + (\coth \phi_0 - \cot \phi_0) \} \\ & - (\operatorname{cosec} \phi_0 - \operatorname{cosech} \phi_0)^2 = 0 \quad \text{---(4)} \end{aligned}$$

架設頻度の高い等側径間長 ℓ_1 を有するものについて ϕ_0 とスパン比 (ℓ_1/ℓ_0) との関係を振動モード毎に検討した結果が図1である。これによると、1次モードの場合は両者の間の関係はほぼ直線となり、その回帰直線は、次式となる。

$$\phi = -1.773 (\ell_1/\ell_0) + 4.87 \quad \text{---(5)}$$

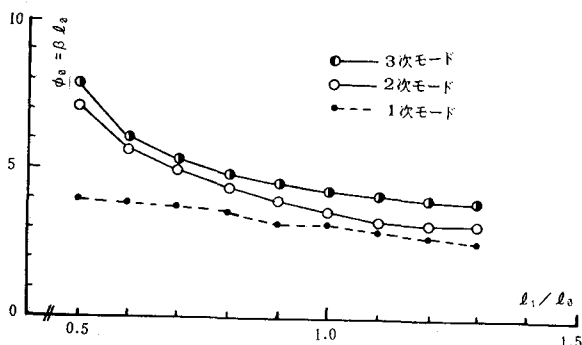


図1 等側径間の三径間連続橋の ϕ_0 とスパン比

式(2)および式(5)から、桁の1次固有振動数は次式で求められる。

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \beta^2 \sqrt{\frac{gEI}{W}}, \quad \beta = \frac{\phi}{\ell_0} = \frac{1}{\ell_0} \cdot \{-1.773 (\ell_1/\ell_0) + 4.87\} \quad (6)$$

この中の I および W は、それぞれ平均断面二次モーメントおよび平均重量である。

3. 推定式による振動数

橋梁雑誌や橋梁年鑑等からは、スパン長、平均鋼重、舗装重量、桁形状などが与えられる。これだけのデータから断面二次モーメントを推定する必要がある。そのために、既知の橋梁について有限要素解析を行い、式(6)の精度を検討した。この場合、鋼重分布は、桁幅 b を一定として桁高に比例すると仮定した。有限要素に分割した桁の長さを ℓ^* 、その部分の代表断面二次モーメントを I_i として平均桁高 $\bar{h}$ と各分割点における桁高 h_i と各分割における鋼重 W_i^s との関係は次式で与えられ、舗装重量等を W_p とすると、重量分布 W_i は次式となる。

$$\bar{I} = \frac{\sum \ell^* I_i}{\sum \ell^*}, \quad \bar{h} = \frac{\sum \ell^* h_i}{\sum \ell^*},$$

$$W_i^s = \frac{W}{\bar{h}} h_i, \quad W_i = W_i^s + W_p \quad (7)$$

中央径間長 $\ell_0 = 100\text{m}, 170\text{m}$ で $\ell_1/\ell_0 = 0.9, 0.7$ の2橋について解析した結果が表1である。これによれば、式(6)による推定は有限要素解析したものと比較して数%程度の誤差である。次に、既知の橋梁について式(5)を用いて検討した結果が表2である。実測された結果とも10%程度の誤差の範囲で推定されている。これを図として示したのが、図2である。図中実線で示しているものは、 $f = 100/\ell_0$ で推定されるもの¹⁾で、径間長が150m程度以上では提案式の結果とよく一致している。しかし、径間長が短くなると、提案式の方が実測値とも近いものとなっている。

4. まとめ

等側径間長を有する三径間連続橋のたわみ1次固有振動数の推定式を提案したが、かなりの精度で推定可能であることがわかった。なお、与えられた鋼重から断面二次モーメントを推定する方法についても検討を行っており、力学的根拠に基づいた形で振動数の推定を行えることになるであろう。他の形式の桁橋についても今後検討を進めて行くことにしている。本研究は土木学会耐風設計小委員会に取り上げられた問題を検討したもので、資料の収集には橋梁製作会社各社から資料の提供を頂いた。ここに記して謝意を表します。

5. 参考文献

- 1) 渡辺 昇、橋梁工学、pp.45、朝倉出版
- 2) 土木学会、土木技術者のための振動便覧、pp.105~107、土木学会
- 3) 松下、中井、道路橋の振動特性の径年変化と補修との相関性に関する研究、1-260、第40回年講概要集

表1 一次固有振動数の比較

橋種	I	II
有限要素法	0.851	0.36
提案式	0.89	0.42

表2 等側径間長を有する三径間連続橋の曲げ固有振動数

橋梁番号	主径間長 ℓ_0	径間長比 ℓ_1/ℓ_0	平均重量 W	平均断面二次モーメント I	振動数		
					提案式	$100/\ell_0$	実測値
(1)	170	0.703	9.73	2.09	0.48	0.588	
(2)	100	0.898	9.03	1.05	0.837	1.00	
(3)	170	0.536	16.66	2.89	0.506	0.588	
(4)	210	0.357	18.259	4.04	0.435	0.476	0.57
(5)	96	0.802	7.12	2.29	1.659	1.04	
(6)	84	0.595	7.265	0.93	1.658	1.19	1.71
(7)	119	0.737	6.283	1.154	0.874	0.84	0.85
(8)	85	0.701	2.36	0.4227	1.759	1.18	
(9)	120	0.745	4.6	0.5954	0.717	0.83	
(10)	80	0.806	11.29	0.588	0.962	1.25	
(11)	84	0.798	6.5	0.471	1.053	1.19	
(12)	91	0.659	3.33	0.828	1.881	1.10	
(13)	100	0.9	6.378	0.883	0.801	1.0	
(14)	165	0.608	8.20	2.63	0.682	0.606	0.69
(15)	90	0.611	2.428#	0.443	1.728	1.111	
(16)	100	0.55	2.58#	0.237	1.05	1.0	
(17)	63	1.0	5.51	0.236	1.14	1.58	
(18)	91	0.57	9.375	0.514	0.96	1.10	
(19)	132	0.598	4.9	0.938	0.83	0.76	
(20)	80	0.75	7.91	0.399	1.005	1.25	
(21)	80	1.0	10.6	0.714	0.887	1.25	
(22)	84	0.798	15.1	0.845	0.927	1.19	
(23)	54	1.0	14.52	0.622	1.555	1.85	
(24)	115	0.5	10.398	1.747	1.125	0.87	
(25)	130	0.769	5.864	1.079	0.712	0.769	
(26)	140	0.679	5.874	1.333	0.743	0.714	
(27)	80	0.806	5.102	0.396	1.177	1.25	
(28)	97	0.619	11.005	1.133	1.109	1.031	
(29)	87	0.54	15.162	1.569	1.485	1.149	

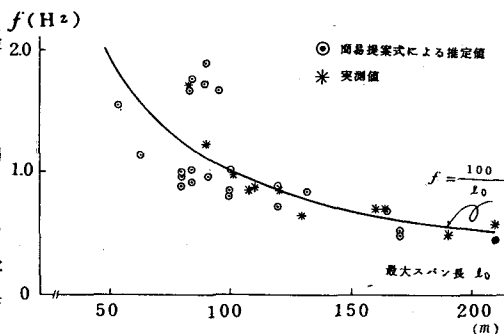


図2 三径間連続橋のたわみ1次固有振動数

図2 三径間連続橋のたわみ1次固有振動数
○ 簡易提案式による推定値
* 実測値
 $f = \frac{100}{\ell_0}$
最大スパン長 ℓ_0