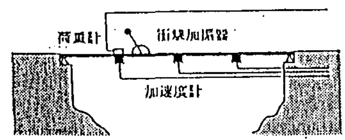
時間領域による構造物の動特性推定

長崎大学工学部　学生員○有角　明　長崎大学工学部　正　員　岡林隆敏
長崎大学工学部　正　員　小西保則　長崎大学工学部　学生員　龍　博志

1．はじめに

道路橋の振動特性を求める方法として、常時微動法、起振機法、衝撃加振法などがある。常時微動法は実験が簡単であるが測定する環境に制限があり、また起振機法は信頼性のある方法であるが準備に時間がかかる。このことを考慮して著者らは実験が簡単で精度が良いと考えられる、衝撃加振法を提案している。道路橋の実験[2]では、高いレベルの雑音が付随してくるので、衝撃加振による多自由度系応答に観測雑音を付加するシュミレーションを行った。このシュミレーションに基づいて時間領域のパラメーター推定であるPronyの方法[1]における雑音、自由度、データ数等のパラメーター推定精度について検討したものである。



図－1　衝撃加振法

表－1 構造物の動特性

	1次振動	2次振動	3次振動
f_r	1.00015	2.65718	4.36787
h_r	0.05	0.03	0.01

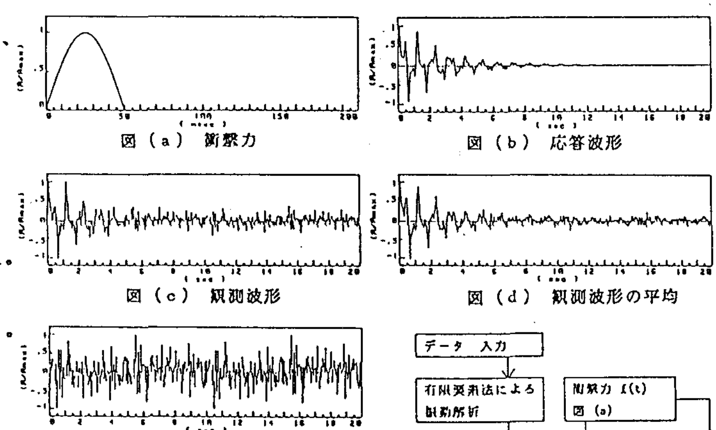
2．シュミレーションの方法

有限要素法に基づいて衝撃加振応答を推定するシュミレーターを作成した。衝撃力として図－2 (a)のような半正弦波が付加するものと考える。応答は、Runge-Kutta法で解析する。

観測雑音として、三角級数モデル[3]

$$n(t)=\sum_{k=0}^{n} a_k \sin(\omega_k t+\phi_k) \quad (1)$$

を用いて、0~10(Hz)のパワースペクトル密度がS_0である白色雑音を考えた。SN比は応答のパワー$\sigma_s^2=y_{max}^2/2$と雑音のパワーσ_n^2の比で定義している。シュミレーションの例として、図－2 (b) 両端固定ばりの応答を表わした。振動特性は表-1に示したものである。雑音を除去する方法として、観測波形図－2 (c) を平均する。平均回数5回のものが図－2 (e) であり、これより雑音レベルが、約1/2 程度低下する。



図－2　シュミレーション波形

3．Prony の方法によるパラメーター推定

他自由度系の単位衝撃応答関数は、次式になる。

$$h(\Delta t\cdot l)=\sum_{r=1}^{n}(a_r x_r + a_r^* x_r^*)$$

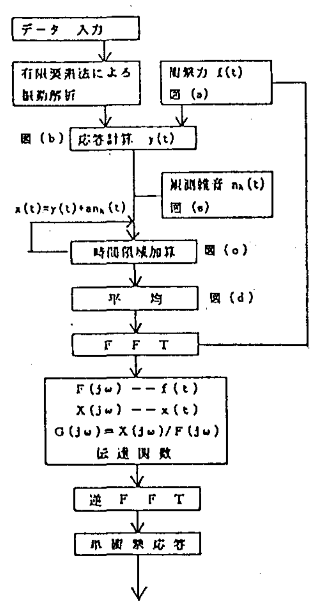
ここに、$a_r=U_r+jV_r$　　$a_r^*=U_r-jV_r$

$$x_r=e^{(-\sigma_r+j\omega_{dr})\Delta t\cdot l} \quad x_r^*=e^{(-\sigma_r-j\omega_{dr})\Delta t\cdot l} \quad (2)$$

で与えられる。このx_rとx_r^*(r=1~n)は、次式で与えられる2n次の代数方程式の根となっている。

$$\sum_{i=0}^{2n} b_i x^i=0 \quad ただし、\ b_{2n}=1 \quad (3)$$

(3),(4) 式を用いて若干の演算を行うと次式を得る。



図－3　シュミレーションの方法

$$\sum_{i=0}^{2n-1} b_i h(\Delta t \cdot i) = -h(\Delta t \cdot 2n) \tag{4}$$

この式に最小自乗法を適用すると次式を得る。

$$R(i,k)=R(k,i)=\sum_{l=1}^{m-1} h((l+i)\Delta t)\, h((k+l)\Delta t) \tag{5}$$

$$\begin{bmatrix} R(0,0) & R(0,1) & & R(0,2n-1) \\ R(1,0) & R(1,1) & & R(1,2n-1) \\ \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & & \cdot & \cdot \\ R(2n-1,0) & & & R(2n-1,2n) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ b_{2n-1} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} R(0,2n) \\ R(1,2n) \\ \cdot \\ \cdot \\ R(2n-1,2n) \end{Bmatrix} \tag{6}$$

ここに、(6),(3) 式より x_r, x_r が求められ、(2) 式よりモード減衰率 σ_r 減衰固有振動数 ω_{dr} が次のように決定できる。

$$\sigma_r = \frac{-\ln\sqrt{x_{Rer}^2 + x_{Imr}^2}}{\Delta t} \qquad \omega_{dr} = \frac{1}{\Delta t}\tan^{-1}\frac{x_{Imr}}{x_{Rer}} \tag{7}$$

次に、固有振動数と減衰定数が求められると、単位衝撃応答関数は、

$$h(\Delta t \cdot l) = 2\sum_{r=1}^{n} e^{-\sigma_r \Delta t l}(U_r \cos\omega_{dr}\Delta t - V_r \sin\omega_{dr}\Delta t) \tag{8}$$

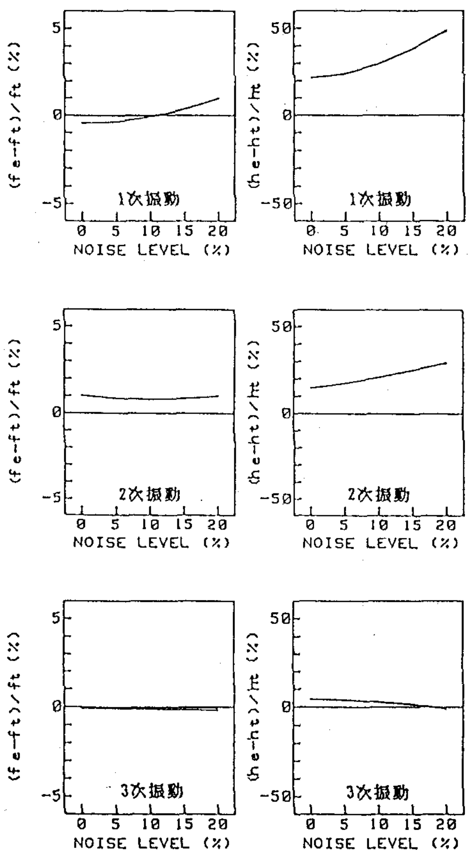
で与えられる。この式に最小自乗法を用いることにより、モードを表わすU_r とV_r を決定することができる。

4．推定結果と考察

Prony の方法による推定法では、時系列データ$h(\Delta t \cdot l)$の時間間隔により(5) 式の$R(i,k)$の値が変わるので推定値が変動する。そこで推定したパラメーターに基づいて、(8) 式の単位衝撃応答関数を構成し、これとシュミレーションによる応答との残差の２乗平均を求め、これを最小にするものを最適なパラメーターとした。図－４は、この方法で雑音レベルを0~20(％)に変えたときの各振動次数の固有振動数と減衰定数の推定誤差を示している。固有振動数については、雑音レベルが変わっても、推定誤差は２(％)以内に収まっている。減衰定数については低次のものほど推定誤差が大きく、１次の減衰定数では雑音レベルが０(％)で推定誤差２０(％)、雑音レベルが２０(％)で推定誤差が５０(％)である。表－２は、真のモードと雑音レベルが２０(％)の推定モードである。振動モードについては良い推定値が得られている。振動シュミレーションでは自由度数が判っているが現場の実験では自由度数が未知である。本手法では自由度数が固有振動数と減衰定数の推定値に与える影響が大きいので、自由度数を決定する方法が重要である。７自由度の両端固定ばりの推定については講演時に述べる。

表-2　真のモードと推定モード

	１点	２点	３点
(1次振動)			
真　値	0.53770	1.00000	0.54401
推定値	0.55699	1.00000	0.54149
(2次振動)			
真　値	-0.99996	0.00003	1.00000
推定値	-0.92673	0.03759	1.00000
(3次振動)			
真　値	-0.91904	1.00000	-0.91904
推定値	-0.82456	1.00000	-0.91462



図－4　各推定量の推定誤差

【参考文献】

(1) 長松昭男：モード解析，培風館．(2) 岡林，溝口，西村，原：昭和61年土木学会第41回学術講演会

(3) 星谷：確率論手法による構造解析，鹿島出版会