

面内曲げを受ける曲線平板の動的安定性

- 安定を失った後の挙動 -

長崎大学工学部 学生員 ○手塚 仁

長崎大学工学部 正 員 高橋和雄

長崎大学工学部 学生員 平川倫明

畑片山鉄工所 正 員 夏秋義広

1. まえがき 曲線平板の基本単位である扇形板に面内変動曲げが作用すると、特定の振動数領域において係数励振振動による面外振動が発生する¹⁾。微小変形理論によれば、この面外振動は発散するが、平板構造においては、中央面に生ずる面内力のために振幅は有限な大きさとなる。したがって、安定を失った後の面外振動を定めるためには、幾何学的非線形性を考察した取扱いが必要である。そこで、本研究では、平板の有限変形に関するBergerの近似式²⁾にもとづいて時間応答解析による振幅決定法を提案するものである。

2. 基礎式および境界条件 図-1に示すような外径 a 、内径 b 、開き角 α の扇形板を考える。この扇形板の直線辺に、静的曲げモーメント M_0 と変動曲げモーメント $M_t \cos \Omega t$ の和からなる曲げモーメント M が作用する。平板の面内ひずみの第2不変量を見捨てる、かつ、面内変位による慣性力を見捨てるすれば、面内曲げを受ける扇形板の幾何学的非線形性を考慮した運動方程式は次のように与えられる。

$$L(w) = D \nabla^4 w + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (N_r \frac{\partial w}{\partial r}) - \frac{N_\theta}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - N_f \nabla^2 w = 0 \quad (1)$$

ここに、 $N_r = (M_0 + M_t \cos \Omega t) f_1(r)$ $N_\theta = (M_0 + M_t \cos \Omega t) f_2(r)$

$$\frac{N_f h^2}{12D} = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 + \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{1}{2r^2} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 \quad (2)$$

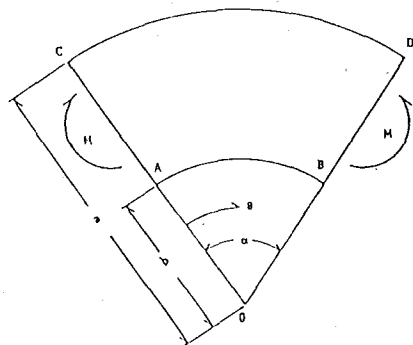
D: 板剛度、 ρ : 板の密度、 h : 板厚、 N_r, N_θ : 面内力、 u, v : 面内変位、 w : たわみ、 N_f は定数(r, θ に無関係)

図-1 一般図および座標系

曲げに対する境界条件は直線辺を単純支持し、円弧辺は次の3種類とする。すなわち、case I: 単純支持、case II: 固定、case III: 自由。また、面内方向の変位は全周りで固定されているものとする。このとき、式(2)の右辺に含まれる面内変位は消去でき、 N_f はたわみ w のみを用いて表現できる。すなわち、

$$N_f = \frac{12D}{\alpha(a^2 - b^2)h^2} \int_b^a \int_0^\alpha w \nabla^2 w r dr d\theta \quad (3)$$

3. 解法 式(1)の解を次のように仮定する¹⁾。

$$w = h \sum_{i=1}^{\infty} T_{in}(t) W_{in}(r, \theta) \quad (4)$$

ここに、 T_{in} : 未知の時間関数、 W_{in} : 扇形板の固有振動形

式(4)を式(1)に代入して、Galerkin法を適用すると、次のような非線形連立常微分方程式が得られる。

$$\ddot{T}_j + p_j^2 T_j + \sum_{i=1}^{\infty} E_{ij} T_i (\bar{M}_0 + \bar{M}_t \cos \bar{\omega} \tau) + \sum_{i=1}^{\infty} F_{ij} T_i \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} G_{kell} T_k T_l = 0 \quad (5)$$

ここに、 p_j : 無次元固有円振動数、 E_{ij}, F_{ij}, G_{kell} : Galerkin法の積分法、 $\bar{M}_0 = M_0/M_{cr}$, $\bar{M}_t = M_t/M_{cr}$, $\bar{\omega} = \Omega/\omega_{11}$, $\tau = \omega_{11}t$, M_{cr} : 座屈曲げモーメント、 ω_{11} : 1次の固有円振動数

式(5)をRunge-Kutta-Gill法を用いて、数値積分することによって、時間応答解析を行う。

4. 数値結果 図-2は、case Iの扇形板($b/a=0.313$, $\alpha=60^\circ$, $\nu=0.3$, $\bar{M}_0=0.0$)の微小振動論より得られる面外不安定領域である。

図中の斜線部が不安定領域で、 ω_1^1 、 $2\omega_1^1$ など、 $2\omega_1^n/k$ の記号が単純共振に対応し、 $\omega_1^1+\omega_2^1$ 、 $\omega_2^1+\omega_3^1$ などの $\omega_1^n+\omega_j^n$ の記号が結合共振に対応する。

図-2の主不安定領域に $2\omega_2^1$ について、非線形項を無視した時間応答解析を行ったところ、図-3のような結果が得られた。○印が安定な点、×印が不安定な点である。図のように解析解から得られる不安定領域の精度は十分である。

幾何学的非線形性を考慮した時間応答波形は図-4のようになる。図の縦軸は、面外変位を板厚 h で無次元化した振幅である。図のように振幅は有限な大きさとなる。また、このときの時間応答はうなりを伴う。本研究ではうなり振動の最大値の最も大きい値を振幅とした。図-4のような時間応答波形に対しては最初の2,3回のうなりの最大値が最大応答を与える。

図-4の各不安定領域の中心振動数について、加振モーメントの振幅 $\bar{M}_t$ をパラメータに振幅を求めると、図-5のようになる。この図において横軸は無次元変動曲げモーメントの振幅 $\bar{M}_t$ で縦軸は板厚で無次元化した最大応答 A である図のように、最大応答は単純共振の場合が結合共振の場合よりも大きい。この結果は結合共振の場合が大きい長方形板³⁾とは異なり、扇形板の特性が現われているといえる。 $2\omega_1^1$ の不安定領域を除けば、発生する振動数が低いほど、この振幅は大きい。

5.まとめ 境界条件の影響、静的曲げの影響などは講演時に発表する。

参考文献 1)高橋・小西・平川・夏秋:構造工学論文集,Vol.34A,1988. 2) Berger,H.M.: J.Appl.Mech.,Vol.22,pp.465~472,1955. 3) Takahashi,K.,Konishi,Y.,Ikeda,T. and Kawano,R.:Proc.JSCE,No.374/I-6,pp.79~87, 1986.

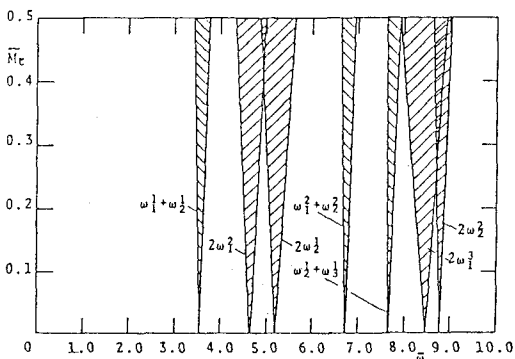


図-2 面外不安定領域

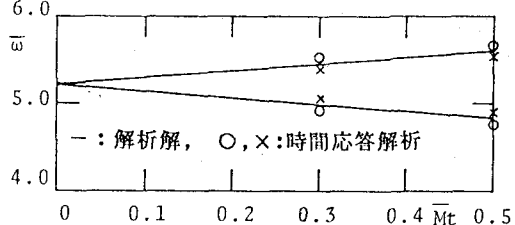


図-3 不安定領域の精度

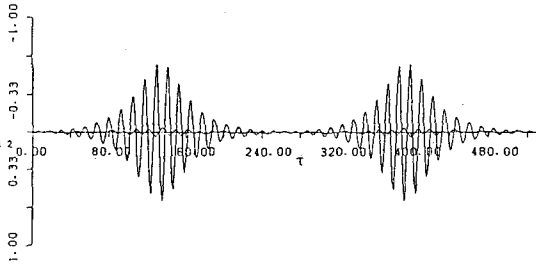


図-4 時間応答波形： $2\omega_2^1$

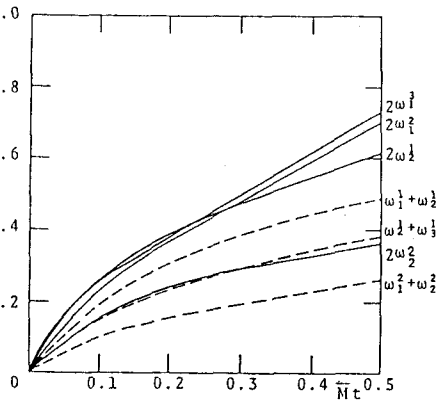


図-5 最大応答 A と変動曲げ $\bar{M}_t$ との関係