

板の弾性座屈解析に対する差分伝達マトリックス法の応用

東海大学 正員 右田泰弘
東海大学 正員 遠田良喜

1. まえがき

筆者らは、差分法と伝達マトリックス法を組み合わせた差分伝達マトリックス法を提唱し、これを板の曲げ、および曲げ振動に適用して、その有効性を確認している。^{1,2)} 本報は、差分伝達マトリックス法が、容易に、また十分な精度で板の弾性座屈解析にも応用できることを示したものである。

2. 伝達方程式と解析手順

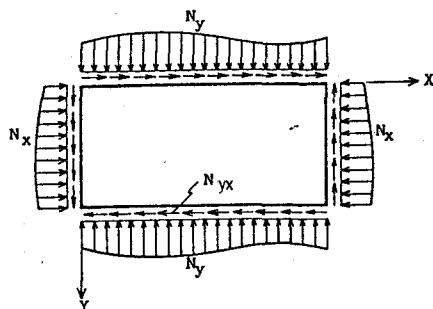


図-1 荷重

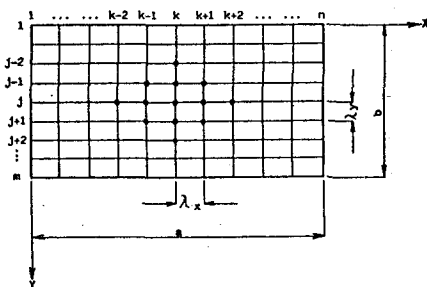


図-2 要素分割

板の弾性座屈に関する基礎微分方程式は

$$W,xxxx + 2W,xyyy + W,yyyy + (N_x W,xx + 2N_{xy} W,xy + N_y W,yy) / D = 0 \quad \dots\dots (1)$$

である。ここで、 W はたわみ、 D は板の曲げ剛性、 N_x, N_{xy}, N_y は図-1に示すように、板の中央面に作用する荷重である。板を図-2に示すように分割すると、式(1)は K 列目について次のように差分表示できる。

$$G_1 W_{k-2} + G_2^* W_{k-1} + G_3^* W_k + \bar{G}_2^* W_{k+1} + G_1 W_{k+2} = 0 \quad \dots (2)$$

ここで、 $C = (\lambda_x / \lambda_y)^2$ とし、

$$k_x = \lambda_{x,c}^2 C^2 N_x / D, \quad k_{xy} = \lambda_{x,c}^2 C N_{xy} / 2D, \quad k_y = \lambda_{x,c}^2 C^3 N_y / D \quad \dots\dots (3)$$

とすると、

$$\bar{G}_2^* = G_2 + k_x G_{2,x} + k_{xy} G_{2,xy}$$

$$G_3^* = G_3 + k_x G_{3,x} + k_y G_{3,y} \quad \dots\dots (4)$$

$$\bar{G}_2^* = G_2 + k_x G_{2,x} + k_{xy} \bar{G}_{2,xy}$$

と表すことが出来る。 G_1, G_2, G_3 は文献1)に示している。また、 $G_{2,x}, G_{2,xy}, G_{3,x}, G_{3,y}, \bar{G}_{2,xy}$ は W,xx, W,xy, W,yy を差分表示することによって求められる係数マトリックスである。

式(2)と W の1,2,3階の微分係数の差分表示より成る連立方程式から伝達方程式を求める手順は文献1),2)に詳述している。求められた伝達方程式を用いて伝達マトリックス法の手法により解析を行なうと、最終的に

$$D A = 0$$

なる同次方程式が得られる。係数マトリックス D は N_x, N_{xy}, N_y の関数となっているので $|D| = 0$ を満足する N_x, N_{xy}, N_y をくり返し計算で求めれば、座屈荷重を求めることが出来る。

3. 数値計算例

図-3に示す5ケース(周辺単純支持、 $a/b=2.5$)について、座屈荷重を

$$N_{x,cr}(N_{xy,cr}, N_{y,cr}) = k_{cr} \pi^2 D / b^2 \quad \dots\dots (5)$$

で表し分割数と計算精度を示すと図-4であり、また360要素に分割した場合の座屈曲線は図-5である。これらの結果は既往の結果と十分近い値である。各座屈荷重に対する座屈モードが求められる(代表的なモードを講演当日示す予定である)。級数解や有限帯板法ではこのモードを十分な精度で仮定しなければならないが、本法(あるいは差分法)は、その仮定が

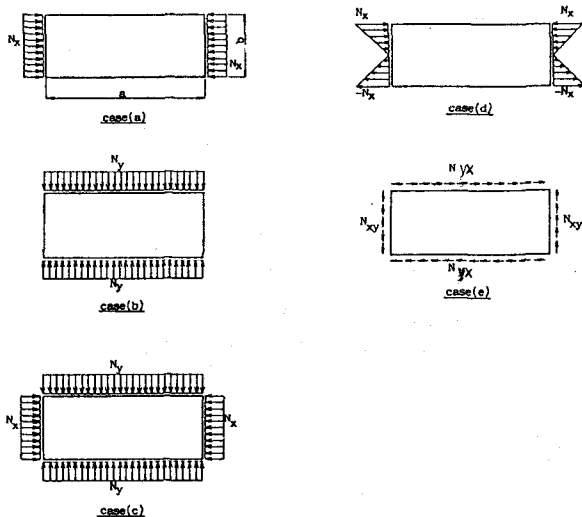


図-3 数値計算例(周辺単純支持, $a/b=2.5$)

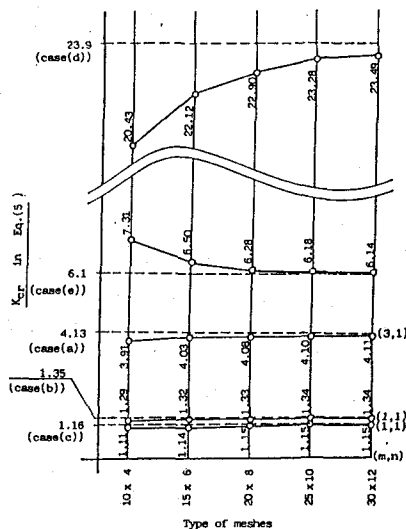


図-4 数値計算結果

(周辺単純支持, $a/b=2.5$)

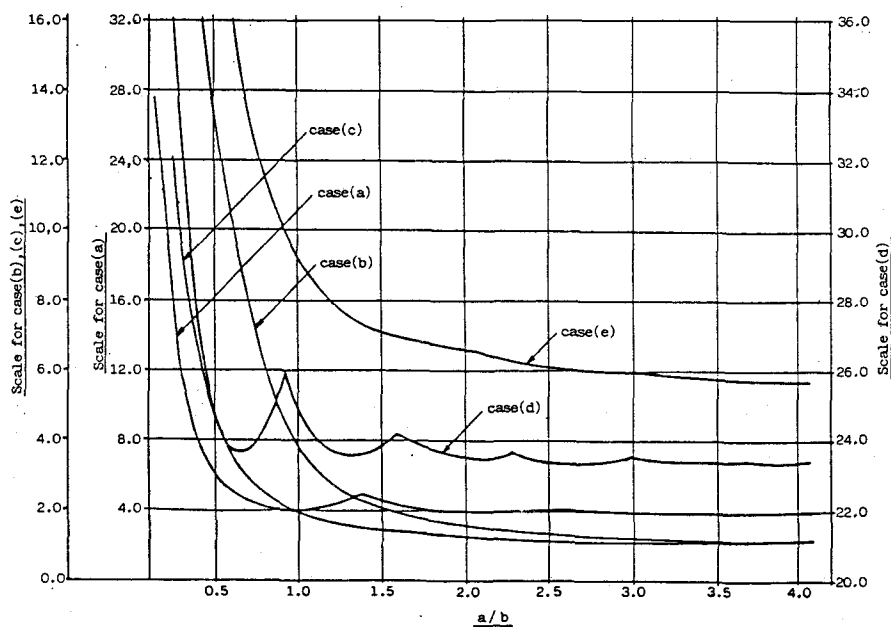


図-5 座屈曲線(周辺単純支持)

必要でなく、有効な解析法と考えている。筆者らの提唱している差分伝達マトリックス法は境界条件が比較的取り扱いやすく、また荷重の組合せも容易であるので、現在いくつかの組合せ境界を有する板に組合せ荷重が作用する場合の座屈荷重について数値計算中である。尚、数値計算には、パソコン(FM11BS)を用いたので付記する。

参考文献 1). 右田・遠田：差分伝達マトリックス法による板の曲げの解析，東海大学工学部紀要，Vol.25, No.2 2). 右田・遠田：差分伝達マトリックス法による板の曲げ振動解析，東海大学工学部紀要，Vol.26, No.2 3). 成岡・遠田：伝達マトリックス法，培風館 4). 関谷 社ほか：平板構造強度便覧，朝倉書店 5). C.R.C. Japan: Handbook of Structural Stability, CORONA.