荷重・抵抗係数設計法の最適化に関する基礎的考察

九州共立大学工学部　正　員　三原徹治
〃　　　　　学生員○中村敏則

1．緒　言　許容応力度設計法に対して、その安全率が基本的には経験や勘により選定されるため「安全性の程度が不明確になりやすい」という問題点が指摘されている[1)]。荷重・抵抗係数設計法（ＬＲＦＤ，限界状態設計法）は、荷重効果と抵抗力に関わる不確実性をそれぞれ別個に考慮し、目標安全性指標値を設定することにより先の問題点を改善しようとするものである。ＬＲＦＤを用いた最適化には、①対象構造物に関する荷重・抵抗係数値が与えられたとき[2)]、経済性を追求するための最適化と②荷重・抵抗係数値が不明確な場合、初期設計段階の設計値を得るための最適化とがあると考えられる。本研究では、後者の最適化を行う場合に、不明確な荷重・抵抗係数値を算定する一方法を提案し、それに基づく簡単なトラス構造物の最適化計算例を示す。なお、ここでは、部材の降伏に関する限界状態のみを考慮する。

2．設計基本式　まず、限界状態 i（ここでは、部材 i (i=1,2,･･･,I, Iは部材総数)の降伏に関する限界状態）に対する安全性証査式として式(1)の形式をとるものとする。ここで、R_i, ϕ_i は限界状態 i に対する抵抗値およびその抵抗係数、S_{ij}, γ_{ij} は限界状態 i に関する j 番目の荷重効果およびその荷重係数、J は荷重効果の総数である。

$$\phi_i R_i \geq \sum_{j=1}^{J} \gamma_{ij} S_{ij} \quad \text{------------} \quad (1)$$

一方、抵抗および荷重効果がともに正規分布に近似できる確率変数で、$\overline{Z}$, σ_Z を確率変数Ｚの平均値および標準偏差（$\sigma_Z = V_Z \overline{Z}$, V_Z は確率変数Ｚの変動係数）とすれば、限界状態 i に対する安全性指標値 β_i と、あらかじめ定められる目標安全性指標値 β_T を用いた安全性証査式は、式(2)のように表される。

$$\beta_i = (\overline{R}_i - \sum_{j=1}^{J} \overline{S}_{ij}) / (\sigma_{Ri}^2 + \sum_{j=1}^{J} \sigma_{Sij}^2)^{1/2} \geq \beta_T \quad (2)$$

式(2)を式(1)と類似の形に変形すると式(3)が得られる。

$$\phi_i \overline{R}_i \geq \sum_{j=1}^{J} \gamma_{ij} \overline{S}_{ij} \quad \text{------------} \quad (3)$$

ただし、$\phi_i = 1 - \alpha_i V_{Ri} \beta_T$,　$\gamma_{ij} = 1 + \alpha_i V_{Sij} \beta_T$,

α_i は限界状態 i における線形化係数で、式(4)の関係を満足するような一定値とする。

$$\alpha_i (\sigma_{Ri} + \sum_{j=1}^{J} \sigma_{Sij}) = (\sigma_{Ri}^2 + \sum_{j=1}^{J} \sigma_{Sij}^2)^{1/2} (= r) \quad (4)$$

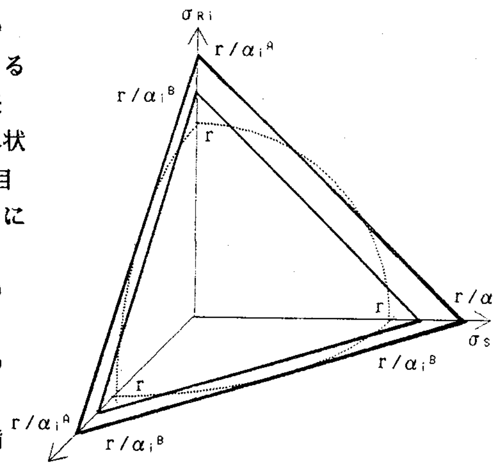

図-1 第１象限における σ_{Ri}, σ_{Sij} の関係(J=2)

式(4)においてｒは式の値を示すパラメータである。よって、式(4)の右辺は(J+1)次元空間において原点を中心とし半径ｒの超球を、左辺は各座標軸上の±r/α_iの点を端点とする超多面体をそれぞれ表す(図-1参照)。

また、構造重量Wは、設計変数X_v(v=1,2,･･･,V, Vは設計変数の総数)とその体積換算係数a_vおよび単位体積重量ρ_vの積和として式(5)のように得られる(ここでは、X_v, a_v, ρ_vを確定量として取扱う)。

$$W = \sum_{v=1}^{V} \rho_v a_v X_v \quad \text{------------------------} \quad (5)$$

式(3)に示す$\overline{R}_i$, $\overline{S}_{ij}$の値は設計変数X_vの値により変化する。したがって、最小重量を最適性の規準とするＬＲＦＤによる最適設計問題は、式(3)の関係を満足しながら式(5)を最小にするような設計変数X_vを求める非線形問題として得られる。

3．線形化係数α_i　上記最適化問題を解く際、線形化係数α_iを規則的にしかも簡便に算定する必要がある。ここでは、式(4)のもつ幾何的性質(図-1参照)に着目し、次の２つの場合について導いた算定式を示す。

①超球に外接する超多面体による線形化係数α_i^A：

$$\alpha_i^A=\frac{1}{\sqrt{J+1}} \quad \text{--------------------------} \quad (6)$$

②超球の体積と等しい体積の超多面体による線形化係数α_i^B：

$$\alpha_i^B=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left[\frac{\Gamma\{n/2+1\}}{n!}\right]^{1/n},\ n=J+1 \quad \text{----} \quad (7)$$

式(7)において$\Gamma\{\cdot\}$はガンマ関数を示す。J=1,2,・・・,8におけるα_i^A,α_i^Bの値を表-1に示す。

表-1 α_i^A,α_i^Bの値

J	1	2	3	4
α_i^A	0.7071	0.5774	0.5000	0.4472
α_i^B	0.7979	0.6828	0.6063	0.5507
J	5	6	7	8
α_i^A	0.4082	0.3780	0.3536	0.3333
α_i^B	0.5081	0.4740	0.4460	0.4224

4．数値計算例

図-2に示す２部材トラス($\overline{P}$=20,降伏応力度の平均値$\overline{\sigma}_y^L$=-15,$\overline{\sigma}_y^U$=20,P=20)について最適設計を行った(β_T=3.5に固定)。表-2はα_i^Aを用い、作用荷重および伏応力度の変動係数V_P,V_{Sy}を0.05刻みで変化させたとき、それぞれの設計変数の最適値X_1,X_2，その構造体積W(ただし、ρ_v=1.0)および式(2)により算出した安全性指標の応答値βを示している。α_i^Bを用いた場合の数値を表-3に示す。表-2,3においてを付した例は安全性指標の応答値が目標安全性指標値3.5より小さい設計が得られたことを示しており(通常、作用荷重の変動係数は部材の降伏応力度のそれより大きいと考えられるので、の部分は考察の対象外)、表-3の１例に対し表-2では非常に多い。しかし、いずれも3.2～3.9程度の値であり、本法が初期設計に対しては適用可能な手法であることが認められる。また、Wの値はV_P,V_{Sy}の増大につれて大きくなるが、特にV_{Sy}の変化に対して敏感なため、降伏応力度の評価がより重要であることがわかる。

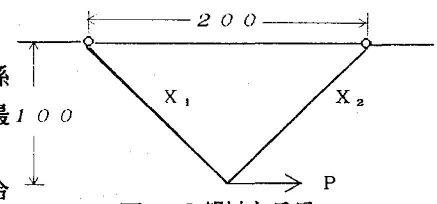

図-2 ２部材トラス

表-2 α_i^Aによる設計値

V_P \ V_{Sy}		0.05	0.10	0.15	0.20
0.05	X_1	0.907	1.056	1.264	1.573
	X_2	1.209	1.408	1.685	2.098
	W	299.1	348.3	416.9	519.0
	β	3.474	3.133	2.887	2.736
0.10	X_1	1.007	1.172	1.403	1.746
	X_2	1.342	1.563	1.870	2.329
	W	332.1	386.7	462.8	576.2
	β	3.451	3.398	3.134	2.917
0.15	X_1	1.106	1.288	1.542	1.920
	X_2	1.475	1.718	2.056	2.560
	W	365.0	425.1	508.7	633.3
	β	3.339	3.484	3.281	3.044
0.20	X_1	1.206	1.405	1.681	2.093
	X_2	1.608	1.873	2.241	2.790
	W	398.0	463.4	554.6	690.5
	β	3.247	3.500	3.369	3.137

表-3 α_i^Bによる設計値

V_P \ V_{Sy}		0.05	0.10	0.15	0.20
0.05	X_1	0.936	1.118	1.387	1.825
	X_2	1.249	1.491	1.849	2.433
	W	309.0	368.8	457.5	602.1
	β	3.911	3.505	3.221	3.049
0.10	X_1	1.051	1.255	1.556	2.049
	X_2	1.402	1.673	2.075	2.732
	W	346.8	414.0	513.5	675.9
	β	3.907	3.804	3.482	3.227
0.15	X_1	1.166	1.392	1.726	2.272
	X_2	1.555	1.856	2.302	3.030
	W	384.7	459.2	569.6	749.7
	β	3.792	3.914	3.643	3.354
0.20	X_1	1.281	1.529	1.896	2.496
	X_2	1.708	2.038	2.528	3.328
	W	422.5	504.4	625.6	823.5
	β	3.696	3.946	3.744	3.448

5．結　言

本研究では、幾何的性質から規則的かつ簡便に求めることができる線形化係数α_iを用いたＬＲＦＤの最適化に関する一手法を提示した。その特性の分析等は今後の課題としたい。なお、九州共立大学工学部 斉藤登 助教授から有益な助言を賜った。記して謝意を表する。

参考文献　1)石川浩:JSSC,Vol.18,pp.16-18,1982.6.　2)篠塚正宣ら:土論,396号,pp.301-310,1987.10.