

非線形計画法によるトラス構造物の塑性形状最適化に関する一考察

九州共立大学工学部 正 員 三原徹治

〇 学生員 千住隆幸

正 員 最上幸夫

1. 緒 言 最適化手法を用いて構造物の形状を決定する形状最適化問題¹⁾は、一般にその解法が複雑になるので、種々の仮定などにより簡単化されて取扱われることが多い。簡単化された形状最適化問題は、精度は若干甘いが創造性に富む解が得られるため、概略設計値を得ることを主眼とする予備設計への適用が可能である。しかし、構造要素の挙動を弾性体として取扱うと最適化問題に構造解析式(弾性解析式)を陽な形で組込むことが困難なため、構造解析と設計変数の最適化という二重の繰り返しを避けることができず、予備設計に供する場合においても必ずしも容易ではない。

本研究は、この問題点を改善するための一方法として、トラス構造を対象とし、その部材挙動を剛塑性体と仮定する塑性解析の基本条件²⁾を制約条件とする非線形計画問題(NLP)による塑性形状最適化手法を提案するものである。すなわち、まず部材断面積および形状パラメータを設計変数に、各部材応力度を状態変数に選べば、目的関数および制約条件が各変数の陽な形で表される最小重量設計問題および最大荷重設計問題が得られることを示し、次に計算例によりその特性を把握することを目的としている。

なお、本研究において、作用外力は比例的に変化し、自重の影響は考慮しないものとする。

2. 基本条件

(1)平衡条件: 節点自由度 j において内力と作用外力が常につり合うという平衡条件を、部材断面積および部材応力度を用いて表すと式(1)が得られる。ここに、 C_{ij} は構造物の幾何学的条件のみにより決まる適合係数、 σ_i は部材 i の応力度、 A_{vi} は部材 i の断面積(設計変数のリンキングを考慮)、 α は荷重係数、 F_j は節点自由度 j における基準外力、 i, I は部材番号とその総数、 j, J は節点自由度番号とその総数である。

(2)降伏条件: 部材 i の軸力がその全塑性容量を越えないことを保証する降伏条件は、部材応力度を用いて式(2)のように表される。ここに、 $\sigma_{yi}^L, \sigma_{yi}^U$ は部材 i の降伏応力度の上下限値である。

(3)構造重量: 部材 i の部材長を L_i 、単位体積重量を ρ_i とすると、構造重量 W は式(3)で算定される。ここに、 v, V は部材断面積番号とその総数である。

(4)形状パラメータ Y_p : 上記関係式において、形状の変化に対して直接変化する数値は、適合係数 C_{ij} と部材長 L_i である。このため、形状の変化を表すパラメータ Y_p ($p=1, 2, \dots, P$, P は形状パラメータの総数)を導入し、 C_{ij} と L_i を Y_p の陽関数として表現する。

3. 設計基本式

(1)最小重量設計問題: 以上の関係式を用いると、ある荷重条件下(ここでは、 α を設計荷重係数として、 $\alpha = \alpha_0$ の状態)における最小重量設計問題は式(4)のようなNLPとして得られる。なお、ここでは、解の集束性を改善するため、構造重量 W を未知数として目的関数を線形化している。ここに、式(4b)は式(1)において $\alpha = \alpha_0$ とした平衡条件式、式(4c)は式(2)と同様の降伏条件式、式(4d)は Y_p に対する上下限値制約式、式(4e)は A_v に対する下限值制

$\sum_{i=1}^I C_{ij} \sigma_i A_{vi} = \alpha F_j \quad (j=1, 2, \dots, J)$	(1)
$\sigma_{yi}^L \leq \sigma_i \leq \sigma_{yi}^U \quad (i=1, 2, \dots, I)$	(2)
$W = \sum_{i=1}^I (A_{vi} \sum_{v=1}^V L_i \rho_i)$	(3)
既知数 : $\alpha_0, F_j, \sigma_{yi}^L, \sigma_{yi}^U, Y_p^L, Y_p^U, A_v^L, \rho_i$	
未知数 : $W, A_v, \sigma_i, C_{ij}(Y_p), L_i(Y_p)$	
目的関数 : $W \rightarrow \min.$	(4a)
制約条件 : $\sum_{i=1}^I C_{ij}(Y_p) \sigma_i A_{vi} = \alpha_0 F_j \quad (j=1, 2, \dots, J)$	(4b)
$\sigma_{yi}^L \leq \sigma_i \leq \sigma_{yi}^U \quad (i=1, 2, \dots, I)$	(4c)
$Y_p^L \leq Y_p \leq Y_p^U \quad (p=1, 2, \dots, P)$	(4d)
$A_v^L \leq A_v \quad (v=1, 2, \dots, V)$	(4e)
$W - \sum_{v=1}^V \{A_v \sum_{i=1}^I L_i(Y_p) \rho_i\} = 0$	(4f)

約式、式(4f)は構造重量算定式、式(4a)は構造重量が最小となることを示す目的関数であり、いずれも未知数の陽な形で表されている。ただし、 Y_p^L, Y_p^U は Y_p の上下限值、 A_v^L は A_v の下限値である。式(4)を一般的なNLP手法で解く場合、式(4c)～(4e)は各変数の可能値域を示しているため、特に制約条件として考慮する必要がない。よって、考慮すべき制約条件式の数は、式(4b)および式(4f)の $J+1$ 個だけになる。

(2)最大荷重設計問題²⁾：一方、ある構造重量(W_0 を設計重量として、 $W=W_0$ の状態)の構造物のうち、最も大きい荷重に対して抵抗できる構造物を求める最大荷重設計問題は、式(4)と同様にNLPとして式(5)のように得られる。

$$\begin{aligned} \text{既知数} &: W_0, F_j, \sigma_{yi}^L, \sigma_{yi}^U, Y_p^L, Y_p^U, A_v^L, \rho_i \\ \text{未知数} &: \alpha, A_v, \sigma_i, C_{ij}(Y_p), L_i(Y_p) \\ \text{目的関数} &: \alpha \rightarrow \max. \quad (5a) \\ \text{制約条件} &: \sum_{i=1}^I C_{ij}(Y_p) \sigma_i A_{v \in i} - \alpha F_j = 0 \quad (j=1, 2, \dots, J) \quad (5b) \\ &: \sigma_{yi}^L \leq \sigma_i \leq \sigma_{yi}^U \quad (i=1, 2, \dots, I) \quad (5c) \\ &: Y_p^L \leq Y_p \leq Y_p^U \quad (p=1, 2, \dots, P) \quad (5d) \\ &: A_v^L \leq A_v \quad (v=1, 2, \dots, V) \quad (5e) \\ &: \sum_{i=1}^I \{A_v \sum_{j \in v} L_i(Y_p) \rho_i\} = W_0. \quad (5f) \end{aligned}$$

4. 数値計算例

図-1に示す10部材トラス($L=100\text{cm}$, $W=20\text{t}$, $\sigma_{yi}^L=-1.8\text{t/cm}^2$, $\sigma_{yi}^U=2.4\text{t/cm}^2$)の上端水平材と中間水平材の間隔を形状パラメータ Y に選り、まず設計荷重係数 $\alpha_0=1.7$ に固定した最小重量設計を式(4)を用いて行った。その際、 Y の上下限値の組合せを表-1のCase A～Fのように設定した。次に、各Case毎に最小重量設計で得られた構造重量 W として式(5)による最大荷重設計を行った。数値計算にはADS³⁾を用いた。

その結果、各Caseとも両設計法による設計値はほぼ一致すること、最適解への収束性にも大差がないことが認められた。最適値を表-1に示す。

表-1から、形状パラメータ Y の最適値はいずれのCaseにおいてもその上限値 Y^U に一致しており、 Y^U の値を大きくすると構造重量 W は減少していることがわかる。最適断面積値については、 A_6 だけが W と同様の傾向を示しているが、その他には傾向が認められない。また、最適断面積値が0、すなわち、不要な部材が Y^U の値により変化しており(Case Aでは A_4 , Case B, Eでは A_1 , 他のCaseではなし)、本例の場合、 Y^U 値の選定が構造形状に大きな影響をおよぼすことがわかる。

5. 結 言 本研究の成果をまとめると以下のようである。

- ①塑性解析の基本条件を断面積と応力度を用いて表現し、形状パラメータを導入することにより塑性形状最適化問題を定式化することができた。
- ②数値計算により形状パラメータの限界値の設定が重要であることを確認した。

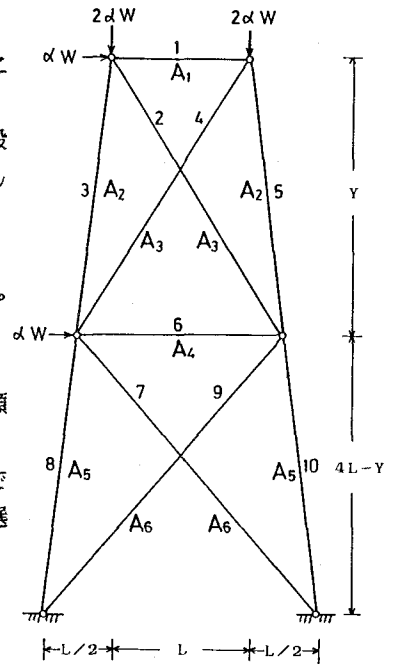


図-1 10部材トラス

表-1 設計結果

Case	Y^L	Y^U	W	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	α
A	0	50	0.702	0.674	36.26	23.94	0.000	82.49	29.31	1.70
B	50	100	0.643	0.000	34.27	28.43	0.540	82.67	24.86	1.70
C	100	150	0.600	15.51	49.94	11.26	12.76	82.32	21.09	1.70
D	150	200	0.570	15.51	52.58	12.73	12.59	81.58	17.93	1.70
E	200	250	0.552	0.000	30.75	41.03	2.906	80.54	15.38	1.70
F	250	300	0.544	15.51	56.72	15.27	12.34	79.25	13.52	1.70

$Y^L, Y^U(\text{cm})$, $A_i(\text{cm}^2)$, $W(\text{t})$:最小重量設計による構造重量($\rho_i=7.8\text{t/m}^3$),

α :最大荷重設計による荷重係数

参考文献 1)山田善一監訳:最適構造設計, pp.380-388, 1983. 2)三原ら:九州共立大学研究報告, No.12(刊行予定) 3)Vanderplaats, G.N. et.al.: J.Computers and Structures, Vol.24, No.1, 1986.