設計変数のリンキングの最適化に関する研究

熊本大学工学部　学生員　○山城　久富
〃　正　員　小林　一郎
〃　正　員　三池　亮次
〃　学生員　小森　俊昌

1．はじめに　実構造物の設計・施工においては部材はクループごとに同一のものを用いるのが一般的である。構造物の最適設計においても、大半の場合設計変数のリンクが行なわれる。ただし、最適設計においては、主として計算効率の面からリンキングが行なわれる場合が多く、設計変数の最適なリンクの方法については考察されていないようである。本研究ではファジィ集合における最大化決定[1]とファジィ関係行列[2]を用いてトラス構造の部材断面積を設計変数としたときのリンキングの最適化について考察する。

2．満足度最大化による最適設計　トラス構造において各部材の断面積をすべてリンクした場合を$\alpha=0$、すべて独立変数とした場合を$\alpha=1.00$とし、その中間はリンクの程度に応じ$\alpha=k$（$0.00<k<1.00$）で表すものとする。目的関数として使用鋼材の総重量Wと製作に必要な労働によるコストLとを考慮すると、αに対して図1のような関係がある。このような多目的最適化問題の定式化にはいくつかの方法があるが、ここではWとLの減少量ΔW、ΔLの減少の度合の満足度を図2のようなファジィ集合の帰属度関数μ_Wとμ_Lで表わし、最大化決定よりαの最適解α^*を求める。ただし、W、Lとμ_W、μ_Lの関係は式(1),(2) で求められる。

$$\mu_W = (W_{1.0} - W_{\alpha}) / (W_{1.0} - W_{0.0}) \qquad (1)$$

$$\mu_L = (L_{0.0} - L_{\alpha}) / (L_{0.0} - L_{1.0}) \qquad (2)$$

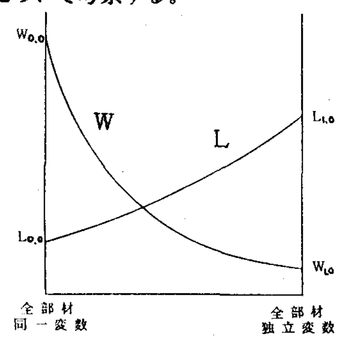


図1　リンキングの程度と目的関数の関係

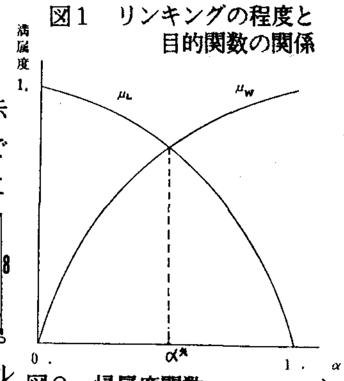


図2　帰属度関数μ_W、μ_Lとαの関係

3．ファジィ関係行列Mによるトラス部材の類似度の規定　図3に示した10部材トラスモデルにおいて、図4のように$\alpha=0.00$から1.00まで変化させると同じ組に属していた部材が細分割されていくことになる。このような分割樹形図のそれぞれのαにおける部材間の類似関係はファジィ関係行列Mのαレベル集合の関係行列M_αとして定めることができる。式(3)は図4に対応したファジィ関係行列Mであり各部材間の類似度が規定される。

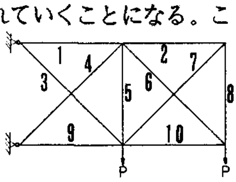


図3　10部材トラスモデル

$$M = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.05 & 0.20 & 0.20 & 0.50 & 0.05 & 0.05 & 0.05 & 0.50 & 0.05 \\ & 1.00 & 0.05 & 0.05 & 0.30 & 0.40 & 0.80 & 0.30 & 0.05 & 0.40 \\ & & 1.00 & 0.70 & 0.05 & 0.05 & 0.05 & 0.05 & 0.20 & 0.05 \\ & & & 1.00 & 0.05 & 0.05 & 0.05 & 0.05 & 0.20 & 0.05 \\ & & & & 1.00 & 0.30 & 0.30 & 0.90 & 0.05 & 0.30 \\ & & & & & 1.00 & 0.40 & 0.30 & 0.05 & 0.60 \\ & & & & & & 1.00 & 0.30 & 0.05 & 0.40 \\ & \mathrm{Sym.} & & & & & & 1.00 & 0.05 & 0.30 \\ & & & & & & & & 1.00 & 0.05 \\ & & & & & & & & & 1.00 \end{bmatrix} \qquad (3)$$

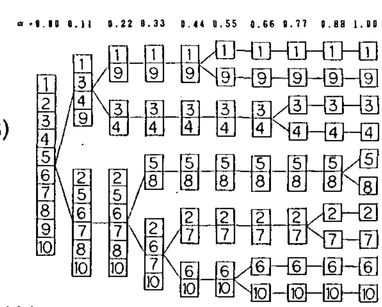


図4　分割樹形図

ただし、上式Mの値は設計者が主観的に定めることとなる。図5は3種類のμ_Lに対して3種類(CASE A, B, C)のMを定めてμ_Wを求めた。μ_Lと

μ_H の組み合わせで９ケースの最適解が求まるが、各交点がそれぞれの最適解 α^* を与える。例えば μ_{L1} と μ_{HA} による解はａ点で、$\alpha^*=0.33$ となり、図４の $\alpha=0.33$（４組に分割）が最適なリンキングの状態となる。なお、式 (3)のMはCASE Aのファジィ関係行列 M_A と同一のものである。

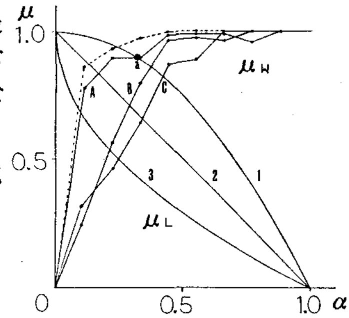


図５　１０部材トラスモデルの μ_H 、μ_L と α の関係

4．リンキングの最適化　図５においてはCASE Aの場合が満足度最大化という観点からは最も望ましい関係行列である。つまり、図５の点線のように各 α において μ_H が最大になるような客観的なファジィ関係行列 M^* を求めることができればリンキングの最適化が可能となる。

本研究では M^* は以下のようにして求める。

① $\alpha=0.00$ における各部材の軸力Nについて、部材番号を降順に並べかえる。

② α に対応するリンキンググループ数Ｉを１とする。

③ Ｉグループのうちの第ｊ番めのグループについて重量Wが最小になるように２分割し、このときの式 (1)の帰属度関数を $\mu_{H\alpha j}$ とする。

④ $\mu_{H\alpha}=\max(\mu_{H\alpha 1},\mu_{H\alpha 2},\cdots,\mu_{H\alpha I})$ を求める。

⑤ $I=I+1$ として①にもどる。

⑥ ②から⑤を $\alpha=1.00$ になるまで繰返し、M^* が求まる。

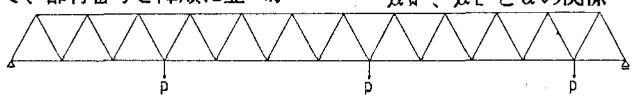


図６　４７部材トラスモデル

5．適用例　図６に示す４７部材トラスについて最適解 α^* を求める。目的関数Wについては最小重量設計とし設計変数は断面積Ａで、荷重は $P=100$ tfを非対称に載荷し、許容応力度 $\sigma_a=1400$ kgf/cm² とした。ただし、断面形状は正方形等厚断面とする。目的関数Ｌは１～３の３ケースについて、図５と同様に帰属度関数 μ_L を仮定した。

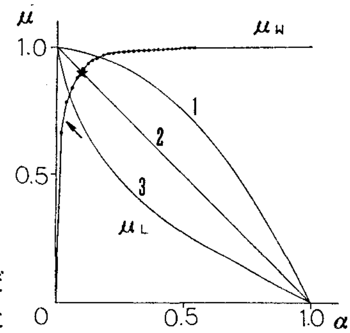


図７　４７部材トラスモデルの μ_H 、μ_L と α の関係

図７は μ_H 、μ_L と α の関係を示したものである。図８は上記の③に記したリンキンググループの再分割のための探索過程を示したもので、２グループから最小重量を与える３グループへの探索（図７の←印の部分に対応）を行なっている。図中の番号１，２はもとのグループ番号で、横軸は各グループに属する部材の番号である。図９は μ_{L2} についてリンキングの最適解（図７の星印の点で、$\alpha^*=0.11$）を示したもので５グループにリンクされている。図中の正方形は各グループの最適断面で、最大（一点鎖線）で断面積Ａ＝329.5 cm² 、最小（点　線）で断面積Ａ＝ 20.7 cm² であった。

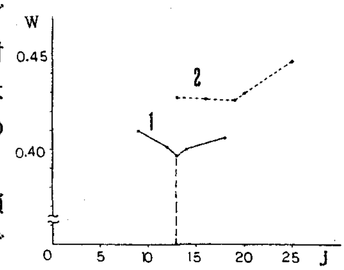
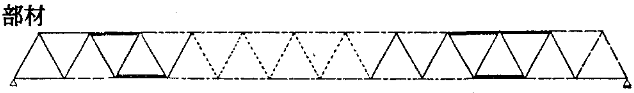


図８　リンキンググループの再分割のための探索状態

ここでは例題としてトラス構造を取り上げたが、本手法はすべての部材のリンキングに適用可能である。また、式 (2)の労働等によるコストの目的関数Ｌが適正に評価できれば実橋における部材のリンキングにも十分に使用可能であると思われるが、この点については今後の検討課題とする。



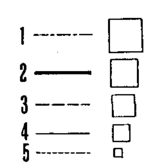


図９　４７部材トラスモデルのリンキングの最適解

参 考 文 献

１）坂和正敏：線形システムの最適化<一目的から多目的へ>、森北出版、PP.184-185, 1984.２）竹田英二　他：ファジィ集合とその応用、森北出版、PP.44-51,1978.