骨組構造物の有限変位２段階最適設計

熊本大学工学部　学生員　○都　昌平
〃　　　　　　正　員　小林　一郎
〃　　　　　　正　員　三池　亮次

1．はじめに　筆者らは有限ひずみ仮想仕事の定理による骨組構造解析法を用いた最適設計の研究を行なっている[1)]。文献１）では、非線形構造解析はNewton-Raphson法を、最適化手法としては２段階決定法により構造レベルと部材レベルの最適化[2)]を同時に行ない精度の良い解を得た。ただし、上記の解析法（従来法）では構造解析と最適設計について３重の収束計算を必要とするため、大規模構造に対しては計算効率という点からは必ずしも有効な手法ではない。本研究においては、構造レベルの設計変数として部材の断面積$\mathbb{A}$の他に増分節点変位$\Delta\mathbb{d}$を考慮し、構造の変位後の剛性方程式を等号制約条件とする最適設計の手法を提案し、数値計算例を示して従来法による解析結果との比較を行なう。

2．有限ひずみ仮想仕事の定理による骨組構造解析　釣り合い状態にある系において、外力$\mathbb{P}$と部材力$\mathbb{N}$の間には、接続マトリックス$\mathbb{C}$を用いて$\mathbb{P}=\mathbb{C}\mathbb{N}$の関係がある。この状態から更に$\Delta\mathbb{P}$の荷重増分があったときの増分形剛性方程式は増分節点変位を$\Delta\mathbb{d}$、部材剛性マトリックスを$\mathbb{K}$、全体系の剛性マトリックスを$\mathbb{G}$とすると

$$\Delta\mathbb{P}=\mathbb{G}\Delta\mathbb{d}+\mathbb{b} \qquad (1)$$

ただし、　$\mathbb{G}=(\mathbb{C}+\Delta\mathbb{C})\mathbb{K}(\mathbb{C}+\Delta\mathbb{C})^T$

$\mathbb{b}=-(\mathbb{C}+\Delta\mathbb{C})\mathbb{K}\Delta\mathbb{e}_t+\Delta\mathbb{C}\mathbb{N}$

$\Delta\mathbb{e}_t$ はひずみ付加ベクトル。

文献１）においては構造レベルの設計変数としてトラス部材の断面積$\mathbb{A}$を用い、次の最適設計問題を解いている。

目的関数：　$W=\rho\mathbb{A}^T\mathbb{L} \rightarrow \min.$

制約条件：　$\sigma \leqq \sigma_a \qquad (2)$

$\lambda \leqq \lambda_a$

ここで、ρは材料の単位重量、$\mathbb{L}$は部材長、σは部材の応力度、λは細長比、添え字aは許容値（上限値）を表すものとする。$\mathbb{A}$の下限値は部材レベルの断面形状と板厚制限から一義的に決定され、構造レベルの制約条件となるが、上式には書いていない。

従来法では、図１の流れ図に示す通り、先ずNewton-Raphson法により式 (1)を解き、得られた軸力$\mathbb{N}+\Delta\mathbb{N}$について式 (2)の最適設計を行なう。このため３重の収束計算が必要になる。

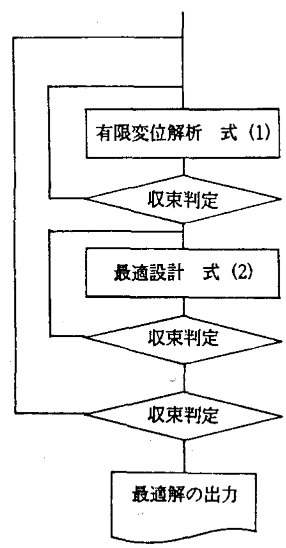

図１　従来法の流れ図

3．提案法の概要　従来法によれば変形後の厳密な釣り合式を満足した増分変位$\Delta\mathbb{d}$とその状態における最適解$\mathbb{A}^*$が求まる。提案法では、上記$\Delta\mathbb{d}$と$\mathbb{A}$を構造レベルの設計変数とし、図２の流れ図に従い、次の最適設計問題を解くこととなる。

目的関数：　$W=\rho\mathbb{A}^T\mathbb{L} \rightarrow \min.$

制約条件：　$\Delta\mathbb{P}=\mathbb{G}\Delta\mathbb{d}+\mathbb{b}$

$\sigma \leqq \sigma_a \qquad (3)$

$\lambda \leqq \lambda_a$

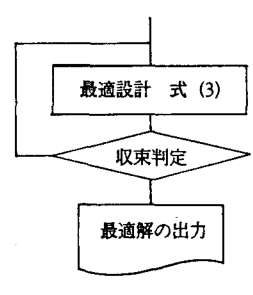

図２　提案法の流れ図

式 (1)は$\Delta\mathbb{d}$を求めるために連立方程式を繰返し解くこととな

る。式 (3)のΔdは最適化計算の各ステップでは既知量となり、剛性方程式に関しては単に所定の精度の範囲内で等号制約を満足すればよく、連立方程式を解く必要はないので計算効率は極めて良い。

<u>3．数値計算例</u>　図3の2部材トラスについて最適設計を行なう。使用鋼材はSM58、弾性係数$E=2.1\times10^6$ kgf/cm^2 $\rho=7,850$ kgf/cm^3 とし、荷重条件は

ケース　1（引張）：　P＝　100　tf

ケース　2（圧縮）：　P＝－100　tf。

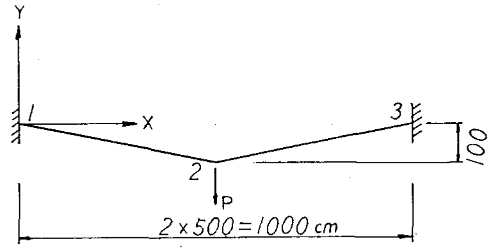

図3　2部材トラスモデル

部材の断面形状は図4の正方形箱型断面とする。したがって部材レベルでは部材幅Bと板厚tが設計変数となり、構造レベルからの情報として与えられる断面積A一定の下で、「道路橋示方書・同解説（昭和55年版）」の規定を制約条件として部材の許容応力度σ_aの最大化をはかることとなる。

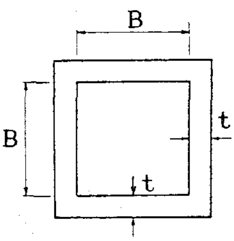

図4　断面形状

構造レベルにおいては、部材レベルの最適化により得られた許容応力度σ_aと細長比λについて式 (3)を解く。設計変数は断面積A（両部材とも同一）とy方向変位Δdとし、初期値として$A=150$ cm^2、$\Delta d=1.0$cmを与えた。最適化にあたってはADS[3]を使用した。等号制約条件式があるため変換手法としてはSUMTか拡張ラグランジュ係数法（ALM）を用いた。

表1、2にケース1、2の線形解、従来法と提案法の計算結果を示す。表1の提案法においてaはALMでDFP法を、bはALMでBFGS法を、cはSUMTでDFP法を用いた。表2のd、e、fはすべてALMでDFP法を用いたが、一次元探索の方法でそれぞれ黄金分割法、囲い込み法、多項式近似法を用いた。

表1　ケース1の最適解の比較

		断面積 A (cm)	部材幅 B (cm)	板厚 t (mm)	変位 Δd (cm)	重量 W(kgf)
線形解		98.06	26.3	9.03	――	785.0
従来法		95.16	25.9	8.89	3.17	761.5
提案法	a	95.15	25.9	8.89	3.17	761.3
	b	94.37	25.7	8.85	3.20	755.5
	c	96.42	26.0	8.95	3.14	771.9

表2　ケース2の最適解の比較

		断面積 A (cm)	部材幅 B (cm)	板厚 t (mm)	変位 Δd (cm)	重量 W(kgf)
線形解		122.02	29.3	10.07	――	976.8
従来法		124.62	29.6	10.02	-2.63	997.7
提案法	d	124.55	29.6	10.02	-2.63	997.1
	e	124.57	29.6	10.02	-2.63	997.2
	f	124.58	29.6	10.02	-2.63	997.3

表から従来法と提案法の解は良く一致している。本計算においては、変換手法としてはALM、最適化手法としてはDFP法が最も良いようである。一次元探索の方法はd～fのどれを用いても精度の良い解が得られたが、目的関数および制約条件の評価回数にかなりのばらつき（100～500回）があり、計算時間の点で黄金分割法が一番良い方法であった。

なお、大規模なトラス構造の計算例については、講演時に報告の予定である。また、室蘭工業大学　杉本博之先生にはADSの使用、参考資料の提供等で御指導頂いた。記して謝意を表わす。

参考文献：1）仲田　他：骨組構造物の有限変位最適設計に関する研究、西部支部研究発表会概要集 PP.14-15,1987. 2）杉本　他：2段階最適化による格子構造の最小重量設計に関する研究、構造工学論文集 Vol.33A, PP.687-695,1975. 3）Vanderplaats et al: A General-Purpose Optimization for Engineering Design, Computers & Structures, Vol.24,PP.12-21 ,1986.