マイコンによる大次元多元連立方程式の分割法プログラム

第一工業大学　正員　塚本　正文

1　まえがき

マイコンで大次元多元連立方程式を解く場合,（１）記憶容量（２）計算精度（３）計算時間がプログラミングする計算者にとって問題になる。　この難点を克服するため著者は以下述べる分割法による解析を提案する。表－１に見られるように多元連立方程式を等間隔N元と最終部N_l元の連立方程式に分割する。

表－１

N	$[A_1]\{x_1\}+[C_1]\{x_2\}$		$\dot{0}$	$\dot{0}$	$=\{R_1\}$	第１分割部
N	$[C_1^T]\{x_1\}+[A_2]\{x_2\}+[C_2]\{x_3\}$			$\dot{0}$	$=\{R_2\}$	中間分割部
N	$\dot{0}$	$[C_2^T]\{x_2\}+[A_3]\{x_3\}+[C_3]\{x_4\}$			$=\{R_3\}$	等間隔最終分割部
N_l	$\dot{0}$	$\dot{0}$	$[C_3^T]\{x_3\}+[A_4]\{x_4\}$		$=\{R_4\}$	最終分割部

N元は計算機に許される必要精度の元数にえらぶ。　一般に最終分割部のN_lは　$N_l \leq N$である。分割数をMとすると表－１の原方程式はN（M－１）＋N_l元の値である。$[A_1]$ $[C_1]$ $[R_1]$・・・$[A_4]$ 等を各分割ごとにN元の同一変数名［A］［C］｛R｝としてファイルすることによって記憶容量を大巾に節約することができる。

2　前進消去

第一分割部　$\{x_1\}=[A_1]^{-1}\{R_1\}-[A_1]^{-1}[C_1]\{x_2\}=\{X\}-[W]\{x_2\}$ ・・・（１）

中間分割部　$\{x_2\}=[A_2]^{-1}\{R_2\}-[A_2]^{-1}[C_1^T]\{x_1\}-[A_2]^{-1}[C_2]\{x_3\}$

$=\{X_1\}-[AT]\{x_1\}-[AC]\{x_3\}$　・・・・・$\{x_1\}$に（１）を代入すると

$=\{X_1\}-[AT]\{X\}+[AT][W]\{x_2\}-[AC]\{x_3\}$

$=\{X_1\}-\{X_2\}\quad+[AW]\{x_2\}\quad-[AC]\{x_3\}$

$\{X_3\}=\{X_1\}-\{X_2\}$　　$[A]=[E]^{*}-[AW]$を計算すると　（＊単位マトリックス）

$[A]\{x_2\}=\{X_3\}-[AC]\{x_3\}$

$\{x_2\}=[A]^{-1}\{X_3\}-[A]^{-1}[AC]\{x_3\}=\{X\}-[W]\{x_3\}$ ・・（２）

同様にして，等間隔最終分割部は　　$\{x_3\}=\{X\}-[W]\{x_4\}$　・・・（３）

最終分割部　　$\{x_4\} = [A_4]^{-1}\{R_4\} - [A_4]^{-1}[C_3^T]\{x_3\} = \{X_1\} - [AT]\{x_3\}$

$\{x_3\}$ に（3）を代入すると　$= \{X_1\} - [AT]\{X\} + [AT][W]\{x_4\}$

$= \{X_1\} - \{X_2\} + [AW]\{x_4\}$

$\{X_3\} = \{X_1\} - \{X_3\}$　　$[A] = [E] - [AW]$ を計算すると

$[A]\{x_4\} = \{X_4\}$　　したがって　$\{x_4\} = [A]^{-1}\{X_3\}$　・・・（4）

3　後退代入

（4）で算定された $\{x_4\}$ を（3）に代入して $\{x_3\}$，次に $\{x_3\}$ を（2）に代入して $\{x_2\}$，最後に $\{x_2\}$ を（1）に代入して $\{x_1\}$ が算定される。

4　プログラミング

（1）INPUT　DATA，ファイルOUTPUT

第一分割部から最終分割部まで，各分割部ごと $[A]$ $[C]$ $\{R\}$ を逐次INPUTしファイル名"ACR"にWRITEする。

（2）　第1分割部

"ACR" から $[A_1]$ $[C_1]$ $\{R_1\}$ を $[A]$ $[C]$ $\{R\}$ としてINPUT，（1）を計算し $\{X\}$ $[W]$ をファイル名"XW"にOUTPUTしWRITEする。

（3）　第2分割部から等間隔最終分割部

各分割部ごと，計算する分割部の1つ手前までの"ACR"を読みとばし（INPUT）し，計算する分割部の $[A]$ をINPUTする。　例えば第2分割部では $[A_2]$ を $[A]$ としてINPUTし $[AT]$ を計算する。"ACR" から $[C_2]$ $\{R_2\}$ を $[C]$ $\{R\}$ としてINPUTし $\{X_1\}$，$[AC]$ を計算，"XW" から $\{X\}$，$[W]$ をINPUTし $\{X_2\}$，$[AW]$ を計算，ついで $\{X_3\}$，$[A]$ を計算し $\{X\}$，$[W]$ が算定される。これを"XW" に $\{X\}$，$[W]$ として，逐次APPENDしWRITEする。

（4）最終分割部

"ACR" から $[A_4]$ $\{R_4\}$ を $[A]$ $\{R\}$ としてINPUT，"XW" から等分割最終部の $\{X\}$，$[W]$ をINPUTし（4）から $\{x_4\}$ が算定される。

（5）後退代入

等間隔最終分割部から第1分割部まで逐次 $\{X\}$ $[W]$ をINPUTし（3），（2），（1）から $\{x_3\}$，$\{x_2\}$，$\{x_1\}$ が算定される。

5　むすび

前進消去，後退消去の計算には原方程式の係数をそのまま用いるので計算誤差の伝播は，原方程式の係数をそのまま利用する方法にくらべ小さい。これらは原方程式計算ため係数がいじられるからである。

計算時間も原方程式次元の逆マトリックス作成や消去法演算の時間とくらべ差がない。したがって，マイコンの弱点である記憶容量，計算時間，精度を克服する有力な一手段と思われる。