

繰返し载荷を受ける砂の異方硬化モデル

熊本大学工学部 学員 梅下 利幸  
同 上 正員 平井 弘義

1. まえがき

近年、砂の弾塑性挙動を定式化するために、より精度の高い構成モデルへの要求が高まっている。特に砂の動的解析において、最も重要な役割を果たす繰返し载荷時の適切なモデル化は、地震時の液状化特性を把握する上で重要な課題となっている。そこで、砂の繰返し力学特性を表わすために、等方硬化と初動硬化を結びつけた複合硬化モデルが提案された<sup>(1)</sup>。

本研究では、上述の構成モデルを用いて非排水状態における繰返し载荷での、砂の力学挙動のシミュレーション解析を行う。さらに実験事実と比較検討によりモデルの妥当性を明らかにする。

2. 破壊関数、塑性ポテンシャルおよび降伏関数

砂の力学挙動を定式化するために、破壊関数、塑性ポテンシャルをそれぞれ次式のように仮定する。

$$F = J_2^{1/2} + w R(\theta) I_1 = 0 \quad (1)$$

$$g = J_2 / R(\theta)^2 + \eta I_1^2 + \lambda I_1 = 0 \quad (2)$$

ここに  $J_2 = \frac{1}{2} S_{ij} S_{ij}$ ,  $I_1 = \sigma_{kk}$ ,  $S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij}$ ,  $J_3 = \frac{1}{3} S_{ij} S_{jk} S_{ki}$ ,  $\cos 3\theta = -3\sqrt{3} J_3 / (2J_2^{3/2})$ ,  $w$  と  $\eta$  は材料定数、 $\lambda$  は硬化パラメータである。  $R(\theta)$  は次のように与えられる<sup>(2)</sup>。

$$R(\theta) = U(\theta) / V(\theta) \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} U(\theta) &= 2R_c (R_c^2 - R_t^2) \cos\theta + R_c (2R_t - R_c) \\ &\quad * [4(R_c^2 - R_t^2) \cos^2\theta + 5R_t^2 - 4R_c R_c]^{1/2} \\ V(\theta) &= 4(R_c^2 - R_t^2) \cos^2\theta + (R_c - 2R_t)^2 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここに  $R_c$  と  $R_t$  は、三軸圧縮と三軸伸張における  $R(\theta)$  の値である。一方、降伏関数  $f$  は応力空間の座標原点の初動量を表わすテソル  $\alpha_{ij}$  を用いて次のように書ける。

$$f = \bar{J}_2 / r(\bar{\theta})^2 + \beta \bar{I}_1^2 + \bar{c} \bar{I}_1 = 0 \quad (5)$$

ここに  $\bar{J}_2 = \frac{1}{2} \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}$ ,  $\bar{I}_1 = \bar{\sigma}_{kk}$ ,  $\bar{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} - \alpha_{ij}$ ,  $\bar{S}_{ij} = S_{ij} - \alpha_{ij}$ ,  $\alpha_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij}$ ,  $\bar{J}_3 = \frac{1}{3} \bar{S}_{ij} \bar{S}_{jk} \bar{S}_{ki}$ ,  $\cos 3\bar{\theta} = -3\sqrt{3} * \bar{J}_3 / (2\bar{J}_2^{3/2})$ ,  $\beta$  は材料定数、 $\bar{c}$  は硬化パラメータ

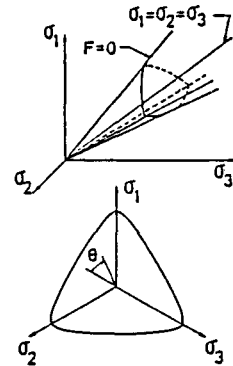


図1. 主応力空間および正八面体面における破壊関数

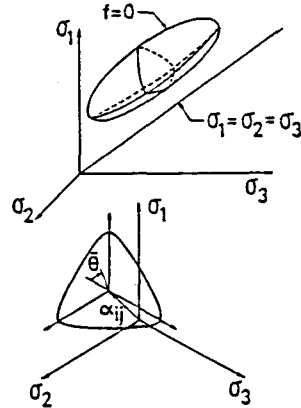


図2. 主応力空間および正八面体面における降伏関数

である。  $r(\bar{\theta})$  は式(3)と類似な形で表わされる。図1、図2に破壊関数  $F$  および降伏関数  $f$  の形が示されている。

3. 硬化関数

硬化パラメータについては、従来提案されている次式<sup>(3)</sup>を用いて等方硬化を表わす。

$$\dot{k} = \phi (\sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p) / 3 + n S_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p \quad (6)$$

ここに  $\phi$ ,  $n$  は材料定数、 $\dot{\epsilon}_{ij}^p$  は塑性ひずみ速度である。一方、初動テンソル  $\alpha_{ij}$  については次式を用いる。

$$d_{ij} = C \bar{S}_{ij} \sqrt{\dot{\epsilon}_{mn}^{(p)} \dot{\epsilon}_{mn}^{(p)}} \quad (7)$$

ここにCは材料定数である。

#### 4. 適合条件式と応力-ひずみ関係

Pragerによる適合条件式は次のようにかける。

$$f = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \alpha_{ij}} \dot{\alpha}_{ij} + \frac{\partial f}{\partial R} \dot{R} = 0 \quad (8)$$

また、応力と塑性ひずみ速度の関係は次式による。

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{(p)} = \Lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (9)$$

ここに $\Lambda$ はスカラー関数である。 $\Lambda$ を式(8)と式(9)より導くと式(10)で表わせる。

$$\Lambda = \frac{-\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij}}{C \frac{\partial f}{\partial \alpha_{ij}} \bar{S}_{ij} \sqrt{\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} + \frac{\partial f}{\partial R} \frac{\partial g}{\partial \alpha_{ij}} \frac{\partial g}{\partial \alpha_{ij}}} \quad (10)$$

以上の式を用いると構成式が求められる。

#### 5. 実験結果と数値解析

図3と図4は非排水繰返し漸増載荷時のP-Q平面

の有効応力経路と軸差応力-軸差ひずみの関係を示している。図5と図6は非排水の大振幅載荷時の三軸圧縮伸張試験のP-Q平面での有効応力経路と応力比-軸差ひずみの関係である。図7は不規則振幅載荷時の有効応力経路、また図8は一定ひずみ振幅載荷時での有効応力経路である。ここに $q = \sigma_1 - \sigma_3$ ,  $p = (\sigma_1 + 2\sigma_3)/3$ である。図3.5.7において載荷とともに有効応力が、減少していき変相線付近で砂のダイレイタンシー特性が負から正へと変化する過程は、表現している。図4と図6の軸差ひずみは、変相線を越えてから解析値は実験値と融れる傾向がみられる。今後、更に他のシミュレーションを行い、このモデルを検証する必要があると考えられる。

#### 6. 参考文献

- 1) H.Hirai, 'A Combined Hardening Model of Plasticity for Sands' 2nd Int. Conf. Constitutive Laws for Engineering Materials, 557-564, (1987)
- 2) K.J.Willam and Warnke E.P., 'Constitutive Model for Triaxial Behavior of Concrete', Seminar on Concrete Structures Subjected to Tri-axial Stresses, ISMES, Bergamo, Italy, (1974)
- 3) H.Hirai and M.Satake, 'Elastic-Plastic Constitutive Models for the Behavior of Sand' Proc. of JSCE, 343, 255-265, (1984)
- 4) F.Tatsuoka and K.Ishihara, 'Drained Deformation of Sand Under Cyclic Stresses Reversing Direction', Soils and Foundations, 14(3), 51-65 (1974).

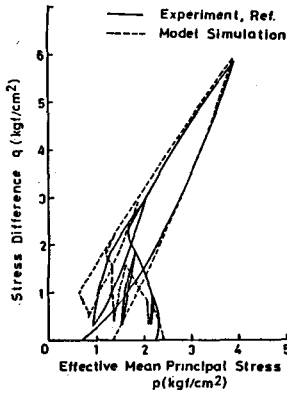


図3. 漸増載荷時の有効応力経路

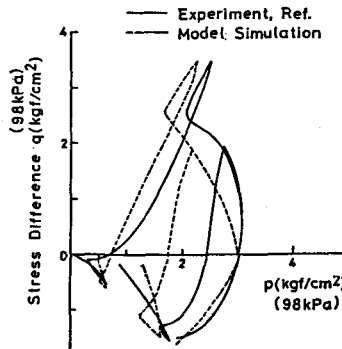


図5. 大振幅載荷時の有効応力経路

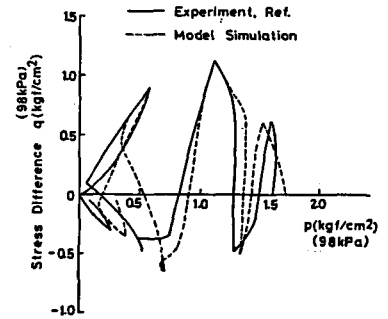


図7. 不規則振幅載荷時の有効応力経路

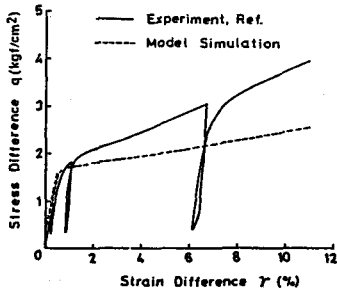


図4. 軸差応力と軸差ひずみの関係

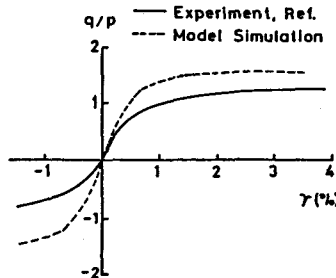


図6. 応力比と軸差ひずみの関係

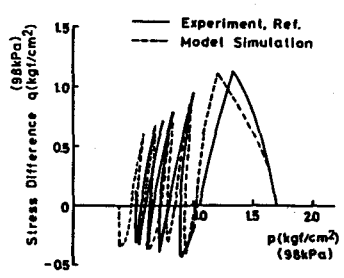


図8. 一定ひずみ振幅載荷時の有効応力経路