

横流式沈澱池における濁度密度流の解析

九州工業大学 正 員 ○藤崎一裕
九州工業大学 学生員 西 政秀
九州大学 正 員 栗谷陽一

1. まえがき

筆者らは、さきに横流式沈澱池内の濁度密度流について検討し、境界層近似を用いた基礎方程式の数値解が、実験室での測定値を再現しうることを示した。¹⁾

これらの研究の延長として、現象の概略をなるべく簡略に表すことを検討中である。本報は、その第一段階として、(1)運動量の理論による解析(2)流速分布や粒子濃度分布に簡単な関数形を仮定して解を求める方法、の2つの方法による解析結果を報告する。

2. 運動量の理論による解析

現象の特徴を明らかにするため、まず、流体の粘性を無視した完全流体の場合を対象にする。

図1のように諸量を定めると、全水深についての運動量の収支および静水圧のバランスから(1)式がえられる。

$$\frac{d}{d\bar{x}} \left[\bar{U}_b^2 \bar{Z}_c + \bar{U}_a^2 (\bar{h} - \bar{Z}_c) \right] = -\frac{d}{d\bar{x}} \left[\frac{1}{2} \frac{1}{F_{dc}^2} \bar{Z}_c^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{F_a^2} \bar{h}^2 \right] \quad (1)$$

同様に、粒子懸濁部について

$$\frac{d}{d\bar{x}} (\bar{U}_b^2 \bar{Z}_c) + \bar{w}_b \bar{U}_b = -\frac{\bar{Z}_c}{2F_{dc}^2} \frac{d\bar{Z}_c}{d\bar{x}} - \frac{\bar{Z}_c}{2F_a^2} \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} \quad (2)$$

また、粒子及び流体の保存則から

$$\frac{d}{d\bar{x}} (\bar{U}_b \bar{Z}_c) = -1 \quad (3)$$

$$\frac{d}{d\bar{x}} \{ \bar{U}_b \bar{Z}_c + (\bar{h} - \bar{Z}_c) \bar{U}_a \} = 0 \quad (4)$$

となる。ただし

$$\frac{1}{F_{dc}^2} = (\rho/\rho_s) gH/U_0^2, \quad \frac{1}{F_a^2} = gH/U_0^2$$

$$\bar{U}_a = U_a/U_0, \quad \bar{U}_b = U_b/U_0, \quad \bar{Z}_c = Z_c/H$$

$$\bar{x} = x/H \cdot w_0/U_0, \quad \bar{h} = h/H, \quad \bar{w}_0 = w_0/U_0$$

であり、 w_0 は粒子沈降速度である。

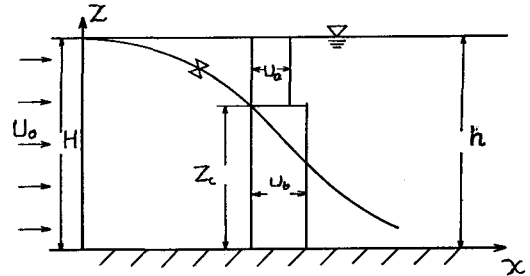


図1 座標系

F_{dc} が密度流の強弱を表すパラメータである。

(2)式左辺第2項は、界面沈降による運動量の収支、(1)、(2)式の右辺第1項が粒子懸濁のために生じた密度流の発生項である。(1)～(4)式がこの場合の基礎式で、更に整理すると次の(5)～(8)式がえられる。 $'$ は x に関する微分を意味する。

$$\bar{Z}_c' (\bar{U}_a^2 - \bar{U}_b^2 + \bar{Z}_c/F_{dc}^2) + \bar{h} \bar{h}'/F_a^2 = -2(\bar{U}_a - \bar{U}_b) \quad (5)$$

$$\bar{Z}_c' (\bar{U}_b^2 + \bar{Z}_c/F_{dc}^2) + 2\bar{U}_b \bar{Z}_c \bar{U}_b' + \bar{Z}_c \bar{h}'/F_a^2 = -\bar{U}_b \quad (6)$$

$$(\bar{U}_b \bar{Z}_c)' + \{ (\bar{h} - \bar{Z}_c) \bar{U}_a \}' = 0 \quad (7)$$

$$(\bar{U}_b \bar{Z}_c)' = -1 \quad (8)$$

これらの式を整理して、 $\bar{Z}_c'$ について解くと

$$\bar{Z}_c' = \frac{\bar{U}_b \bar{h} + 2\bar{Z}_c (\bar{U}_a - \bar{U}_b)}{(\bar{h} - \bar{Z}_c) (\bar{Z}_c/F_{dc}^2 - \bar{U}_b^2) - \bar{U}_a^2 \bar{Z}_c} \quad (9)$$

がえられる。上式の解は、Runge - Kutta - Gill法により求めた。

図2に計算結果の1例を示す。1点鎖線は懸濁液部と清澄液部との界面を示す。また、図中の破線は後述する基礎式(10)～(12)を用いて直接差分法により求めた数値解である。

これらの図によると、ここで用いた手法でも、現象の第一近似としての目的には十分有効であるといえる。

図3に密度流流速の変化、図4に界面 Z_c の変化を示す。

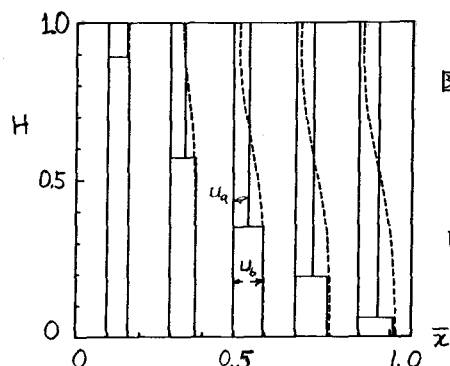
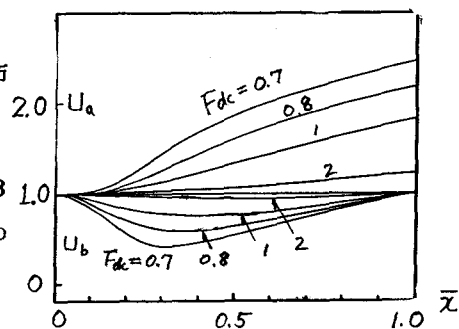


図2 流速分布

図3 U_aおよびU_b



これらの図から、 F_{dc} が小さくなるにつれて密度流効果が增大していく様子を知ることが出来る。

(9)式で分母が0となるところで、界面の勾配が無限大となり以後の計算は不可能となる。しかし、実際にはこれより以前に現象の解析で鉛直方向の流速が無視できない段階となることが予測される。この点に関しては今後更に検討する予定である。

なお、 $F_{dc} = \infty$ の場合については、類似の現象に関する検討が既に報告されているが、当然の事ながらここに示した結果は、既に発表されているもの²⁾と非常に近い値である。

3. 近似関数による解析

境界層近似を用いたときの基礎式は、

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{z}} = -\frac{1}{F_{dc}} \left(\bar{h} \frac{\partial \bar{c}}{\partial \bar{z}} - \frac{1}{F_d} \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} (\bar{D}_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{z}}) \right) \quad (10)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}} = 0 \quad (11)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial \bar{x}} + \bar{w} \frac{\partial \bar{c}}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial}{\partial \bar{z}} (\bar{D}_t \frac{\partial \bar{c}}{\partial \bar{z}} + C) \quad (12)$$

となる。 $D_t = D_t / (w_0 H)$ である。

(10)～(12)式の近似解を求めるため、流速 u および濃度 c の分布形を以下の式で近似する。

$$\bar{u} \begin{cases} u_c + \frac{1}{3} \alpha (\bar{z} - z_u)^3 - \alpha \zeta^2 (\bar{z} - z_u), & (z_u - \zeta < \bar{z} < 1) \\ u_c + \frac{2}{3} \alpha \zeta^3 & (0 < \bar{z} \leq z_u - \zeta) \end{cases} \quad (13)$$

$$C = 1, (0 < \bar{z} < z_c), \quad C = 0, (z_c < \bar{z} < 1) \quad (14)$$

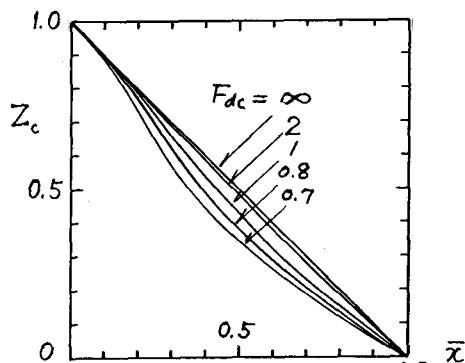


図4 Z_c と x との関係

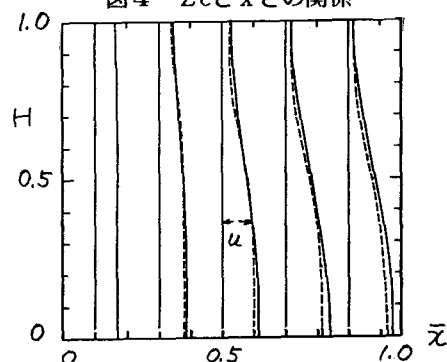


図5 流速分布

この場合の未知パラメータ $u_c, h, z_c, \alpha, \zeta$ を求めるために(10)～(12)式に Z^i , $i = 0, 1$ をかけて0～ h の区間で積分した式を用いた。与えられた未知量に関する、連立1次方程式を解いて現象の流下方向の変化を求めた。

計算例の1つを図5に示す。濃度分布をより実際に近い形で表現するよう現在検討中である。

参考文献

- 1) 藤崎、西、白浜、粟谷、土木年講Ⅱ、1986
- 2) 粟谷、楠田、土木論文集、1985, 1969