

物質の縦分散に及ぼす密度流効果

九州工業大学 工学部 正員 藤崎一裕 九州工業大学 工学部 学生員○南 靖 彦
長 崎 大 学 工学部 正員 古本勝弘 九 州 大 学 工学部 正 員 粟谷陽一

1. まえがき

周囲流体と異なる密度を有する物質の移流分散過程や、密度の異なる流体間の界面の流動時における混合状態を知る目的で、物質の縦分散に及ぼす密度流効果について調べた。実験用水路において、水道水中に塩水をトレーサとした「step 応答」の実験を行い、その結果に考察を加えた。

2. 実験結果と考察

図1に実験装置の概略を示す。用いた水路は幅40cm、長さ8m、両面アクリル製で、最上流部の水路床に流速分布の成長を促すために、人工的な粗度を設置した。実験時の平均流速は 29 cm/s、水深は 2.6cm、水面勾配は約 1/600である。

トレーサとしては、0.5、10 各重量%の食塩水を用い、図2に示す装置を用いて、水路の全横断面に一樣に、水面上 1 cmの高さから 180 cc/sの量を12秒程度投入した。塩分濃度は投入点より1mおきに設置した導電率計(計測技研製)により求めた。プローブは直径4mm、6mmの円柱状で水深の半分の深さの部分の導電率を測定した。

図3に導電率計の出力側を示す。図3-1、2はトレーサ濃度 10%、0.5%の場合の例であるが、図の右側が密度の大きい部分が水面近傍に先行する不安定側、左側が逆に安定側に対応する。図3-2の密度差の影響がほとんど無視できる部分に比べて、図3-1では、不安定側で、鉛直断面内の混合が促進されている。また逆に安定側では、図3-2の方が断面内混合が抑えられて、濃度分布が引き伸ばされている様子が判る。これらの実験結果から、次式により分散係数を求めた。

$$\frac{\partial C}{\partial x} + u \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_L \frac{\partial C}{\partial x} \right) \quad (1)$$

各々上流側のプローブの出力を(1)式の初期値として、 D_L を仮定して(1)式により次のプロ

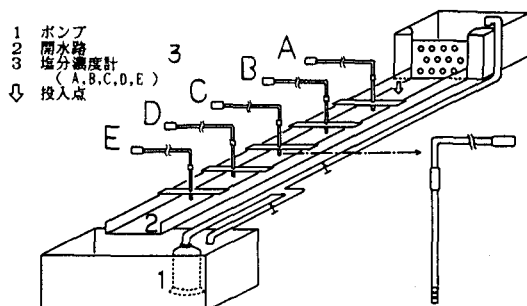


図1 実験水路概略図

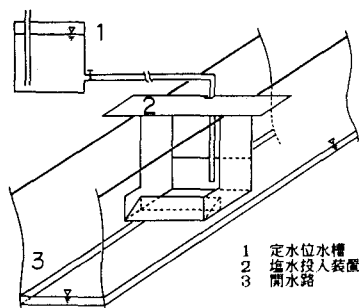


図2 塩水トレーサ投入装置

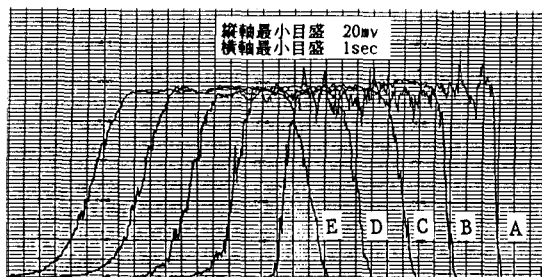


図3-1 導電率計からの出力例(10%)



図3-2 導電率計からの出力例(0.5%)

ープの出力を計算し、計算値が実測値を再現するような D_L を試行法により求めた。このときの密度勾配と D_L との関係を図4に示す。

図中の横軸 σ の値は密度勾配の無次元表示で

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{gh^2}{u_*^2} \frac{d}{dx} \left(\frac{\Delta \rho}{\rho} \right) \quad (2)$$

である。但し、 u_* は摩擦速度である。

図4によると、密度流効果がない場合に比べて、安定側 ($\sigma > 0$) で D_L が大きめに、また $\sigma < 0$ では σ に対する D_L の変化が比較的小さいという結果を得た。

3. 分散係数の解析

図4の実験結果を説明するために以下のような検討を行った。基本的には、移流分散に及ぼす密度流の影響を(2)式の σ を用いて摂動法により検討したもので、既に発表した手法¹⁾を更に発展させたものである。座標系を図5に示す。

流れを $x-y$ 面内の2次元流とすると、この場合の基礎式は、慣用の記号を用いて次式で与えられる。

$$\rho g i \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} (\rho \varepsilon \frac{\partial u}{\partial y}) \quad (3)$$

$$\rho g = -\rho g - \frac{\partial p}{\partial y} \quad (4)$$

$$\frac{d}{dx} \left(\int_0^h u dy \right) = 0 \quad (5)$$

$$u \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} (\varepsilon_* \frac{\partial c}{\partial y}) \quad (6)$$

濃度 C の流下方向の変化が、小さい場合を想定して次式で表す。

$$C(x, y) = C_0(1 + Kx) + Khc_1^*(y) \quad (7)$$

$$K = \frac{1}{\langle c \rangle} \frac{d\langle c \rangle}{dx} \quad (7)$$

渦動粘性係数 ε と密度勾配との関係には

Monin-Obukhov理論を用いる。このとき

$$\varepsilon = \varepsilon_0(1 - \beta R_f) \quad (8)$$

と表される。ここに R_f は flux-Richardson 数、 β は定数、 ε_0 は $R_f = 0$ の時の ε の値である。

ε_0 と流速分布との関係には、混合距離理論を用い、濃度 $C = 0$ の時の流速分布に対数則を仮定すると

$$\tau = \rho \varepsilon_0 \frac{du}{dy} \quad \varepsilon_0 = l^2 \frac{du}{dy} \quad (9)$$

$$l = \kappa y \sqrt{1 - y/h} \quad (10)$$

となる。

以上の式を整理すると、この場合の基礎式が無次元表示で次のようになる。

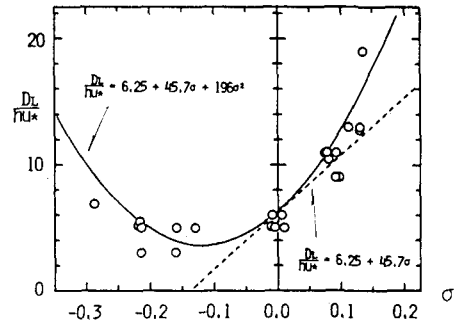


図4 密度勾配と D_L との関係

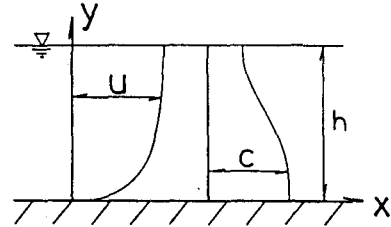


図5 座標系

$$0 = 1 - 2\sigma(1 - \gamma) + \frac{d}{d\gamma} (\bar{\varepsilon} \frac{d\bar{u}}{d\gamma}) \quad (11)$$

$$\bar{u}_m \cdot \langle c \rangle = \frac{d}{d\gamma} (\bar{\varepsilon} \frac{d\langle c \rangle}{d\gamma}), \quad \bar{u}_m = \bar{u} - \langle u \rangle \quad (12)$$

$$\bar{\varepsilon} = \kappa \gamma \{1 - \gamma - \sigma(1 - \gamma)^2\} (1 - \beta R_i) \quad (13)$$

ここに

$$\gamma = y/h, \quad \bar{u} = u/u_*, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon/\kappa u_*^2$$

$$R_i = -2\sigma \frac{d\langle c \rangle}{d\gamma}$$

である。式(11)、(12)、(13)の解を σ をパラメータとする摂動法により求めた。

$$\bar{u} = \bar{u}_0 + \bar{u}_1 \sigma + \bar{u}_2 \sigma^2 + \dots$$

$$c^* = c_1 + c_2 \sigma + c_3 \sigma^2 + \dots$$

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_0 + \bar{\varepsilon}_1 \sigma + \bar{\varepsilon}_2 \sigma^2 + \dots$$

としたとき、最終的に分散係数 D_L は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} D_L / (h u_*) &= \langle \bar{u}_0 \bar{c}_0 \rangle + \{ \langle \bar{u}_1 \bar{c}_0 \rangle + \langle \bar{u}_0 \bar{c}_1 \rangle \} \sigma \\ &\quad + \{ \langle \bar{u}_2 \bar{c}_0 \rangle + \langle \bar{u}_1 \bar{c}_1 \rangle + \langle \bar{u}_0 \bar{c}_2 \rangle \} \sigma^2 \\ &= 6.25 + 45.7 \sigma + 196 \sigma^2 \end{aligned}$$

σ が小さい場合、上式は比較的实验値を再現している。

最後に、実験に協力された本学学生、谷川弘樹、高田泰一、松田聡君に感謝する。

参考文献

- 1) 藤崎、古本、大浦、栗谷；水理講演会論文集 p.443-448 1985