

せん断流れにおける乱れの発生とレイノルズ応力

九州大学大学院 ○学生員 河野 松夫
九州大学工学部 正 員 小松 利光
九州大学大学院 学生員 細山田 得三

1. まえがき

せん断流におけるレイノルズ応力は、せん断力として、また乱れの発生の原因として流れの場の決定に支配的な役割を果している。しかしながら、レイノルズ応力を知るためには、2方向の乱流成分の同時測定が必要であり、実験的に測定が容易でなかったこともあって、まだ未知の部分が多く残されている。

本論文では、まずレイノルズ応力のスペクトルについて検討した。レイノルズ応力は平均的には正となるが、時系列においてはある瞬間には負となり、またスペクトルにおいてもある周波数帯で負をとり得る。この原因を探るためレイノルズ応力のメカニズムについても考察した。

2. 実験と考察

2-1 実験装置及び方法

実験は長さ10m、幅15cm、高さ40cmの開水路(実験Ⅰ)と、長さ5m、幅15cm、高さ40cmの開水路(実験Ⅱ)において hot-filmプローブを用いて流速変動2成分 u, v を測定した。実験条件は、表-1に示す。得られたデータはデータレコーダーに収録した後、A-D変換して統計処理した。実験Ⅰでは、サンプリング間隔 $\Delta t = 1/375(s)$ 、データ個数 $N=32768$ 、実験Ⅱでは、 $\Delta t = 1/62.5(s)$ 、 $N=4096$ であった。

表 - 1 実験条件

	プローブの種類	水深	流量	平均流速	記号
実験Ⅰ	V 型	6.7cm	1517.9cm ³ /s	15.6cm/s	□
実験Ⅱ	V 型	4.1cm	789.0cm ³ /s	12.8cm/s	○
	X 型	4.1cm	781.8cm ³ /s	12.7cm/s	△

2-2 レイノルズ応力のスペクトル

変動 u' と v' のコ・スペクトルが、レイノルズ応力のスペクトルとなる。従来、レイノルズ応力のスペクトルは、乱れエネルギー散逸率 ε 、波数 k 、及び平均流速勾配 du/dy によって決定されと考えられ、次元解析より得られる次式、 $F_{uv}(k) = A \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} f(du/dy / \varepsilon^{1/3} k^{2/3}) = A \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} (du/dy / \varepsilon^{1/3} k^{2/3})^b$ に基づいて論じられてきた。Lumleyは、レイノルズ応力が du/dy に比例するというBoussinesqの表示により $b=1$ として良く知られている $F_{uv}(k) = A(du/dy) \varepsilon^{1/3} k^{-7/3}$ ——(1) を提唱した。しかし、その実験的検証は十分に行われていないことから、今回得られている実験結果を基に慣性域に(1)式を適用し、 $F_{uv}(k) k^{7/3} / (du/dy)$ を ε に対してプロットしたのが図-1である。 $-7/3$ 乗則が成立するためには勾配1/3の直線関係が成立しなければならないが、図-1は無相関を示しており式(1)が成立しない事が明らかとなった。

椿、小松らは、レイノルズ応力の輸送方程式に基づいて、渦動粘性係数のスペクトルを考え、レイノルズ応力のスペクトルとして慣性域の-2乗則、粘性域の-4乗則を提唱し、実験結果と良く一致する事を示した。しかしながら、彼らはレイノルズ応力が粘性の作用により散逸するとして物理的考察を行っているが、その後の研究で、圧力動揺の作用が、レイノルズ応力を散逸させる事が明らかにされている。ここでは、この知見に基づいて新たな考察を試みる。

同じ様な乱流構造を持つ乱れの場合でも、レイノルズ応力は du/dy に依存して大きく変わる。従って、普遍的な形でスペクトルを取り扱おうとする場合は乱れの場合だけに着目し、渦動粘性係数の形で考えるべきであろう。渦動粘性係数のスペクトルにおいて波数空間を cascade down していく量 ε_{KH} を導入し、次のように考える。 $\varepsilon \sim u'^2 / (\ell / u') \sim u'^3 / \ell$ 、(ここで ℓ / u' は渦の寿命時間) 渦動がレイノルズ応力に大きく寄与しているので、レイノルズ応力の寿命時間(=渦動粘性の寿命時間 T_{KH})は、渦動の寿命時間と比例関係にあると思われる。従って、 $T_{KH} \sim \ell / u' \sim \varepsilon / u'^2$ 。 $\varepsilon_{KH} \sim K_H / (\text{渦動粘性の寿命時間}) \sim K_H / (\ell / u') \sim K_H / (\varepsilon / u'^2) \sim \bar{u} \bar{v} / \bar{u}^2 \varepsilon / (du/dy) \therefore \varepsilon_{KH} \sim \bar{u} \bar{v} / \bar{u}^2 \varepsilon / (du/dy)$ 。これ以降は、椿、小松と同じ考え方でスペクトル形が得られ、彼らが得たものと同型の、慣性域:

$F_{uv}(k) = A_{uv} \{-\bar{u}\bar{v}/\bar{u}'^2\}^{1/2} \varepsilon^{1/2} |du/dy|^{1/2} k^{-2}$ 、粘性域: $F_{uv}(k) = A_{uv}' \{-\bar{u}\bar{v}/\bar{u}'^2\}^{3/2} \varepsilon^{2/3} |du/dy|^{1/2} k^{-4} \nu^{-2}$ が得られる。

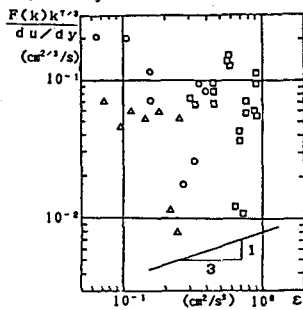


図-1 -7/3乗則の検証

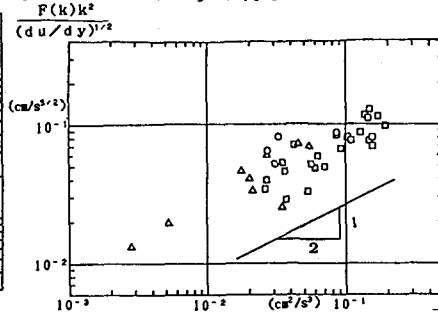


図-2 -2乗則の検証

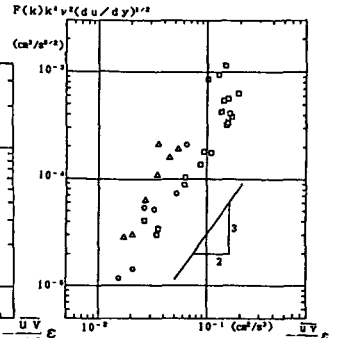


図-3 -4乗則の検証

この両スペクトルの検証の為に示したのが、図-2と図-3であり、両図からこれらのスペクトルが成立する事がわかる。また、スペクトル定数は両図から $A_{uv}=0.260$ 、 $A_{uv}'=0.0112$ が得られる。

ところで、レイノルズ応力 ($-\rho \bar{u}'\bar{v}'$) は、乱れによる運動量の輸送を表し、せん断力として平均流からエネルギーを乱れに手渡し役割 ($-\bar{u}'\bar{v}' \cdot du/dy$) を果たす。しかるに、 $-\bar{u}'\bar{v}'$ の時系列には、負となる部分が存在し、レイノルズ応力のスペクトルでも負となる周波数帯が存在する。この場合、レイノルズ応力は乱れから平均流にエネルギーを運んでいる事になる。

図-4、5、6は、夫々、 u' 、 v' のコ・スペクトル、コヒーレンス、位相差である。コヒーレンスの値の小さい周波数帯でコ・スペクトルは、正となり、コヒーレンスの大きい周波数帯では、負となって、レイノルズ応力への寄与も大きい。これらの図から、レイノルズ応力が負となるのは渦としての性質が弱い周波数の乱れで、渦としての性質の強い時は、レイノルズ応力への寄与も大きく、 u' と v' の位相差も $1/2\pi < \theta < 3/2\pi$ となる。

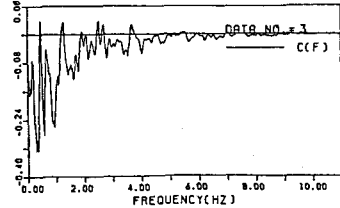


図-4 コ・スペクトル

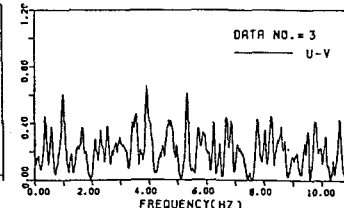


図-5 コヒーレンス

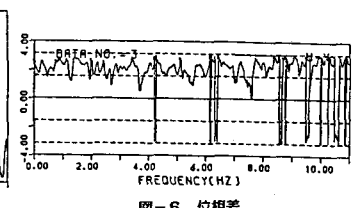


図-6 位相差

この点をより明確にするため、レイノルズ応力 $-\bar{u}'\bar{v}'$ が、負になる t_m を指標として $u'(\tau)$ 、 $v'(\tau)$ (ここで $\tau = t - t_m$) のアンサンブル平均、 $\bar{u}'(\tau)$ 、 $\bar{v}'(\tau)$ を計算し、Taylorの凍結乱流を仮定して時間差 τ を空間的距離に変換して流速ベクトルで表す事を考える。

直感的に理解しやすくするために、 $y=1.1\text{cm}$ の平均流速 $U=13.5\text{ cm/s}$ に乗った移動座標から見たのが、図-7である。やや、ばらつきはあるものの、図中に示しているような流線が描かれ、渦と渦の谷間でレイノルズ応力は、負の値を取る事が判り、上述の考察を裏付けている。

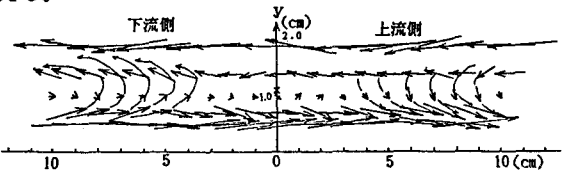


図-7

3. 結論

以上の考察をまとめると次のようになる。

- 1) レイノルズ応力のスペクトル関数形は、Lumley の-7/3乗則は成立せず、慣性領域では-2乗則、粘性領域では-4乗則が成立する。又、スペクトル定数は、 $A_{uv}=0.260$ 、 $A_{uv}'=0.0112$ であった。
- 2) レイノルズ応力が、負値を取るのは、渦としての性質が弱い乱れの成分から生じ、明瞭な渦と渦の谷間などで発生する。

〈参考文献〉 椿東一郎、小松利光：成層密度噴流における乱れ及び密度変動のスペクトル特性，土木学会論文報告集第268号，1977。