

半没水柱体列による波の反射, 通過特性

九州大学工学部 ○学生員 村上 啓介 正員 吉田 明德

1. まえがき 著者らは, 昨年度西部支部研究発表会に於て, 海底より海面に至る任意断面形状の柱体列による波の散乱と, 柱体に作用する波力を解析する方法を示した。本論文は, これを更に, ある吃水を持って海面に固定された, 半没水柱体列による波の散乱の解析に拡張する方法を示すものである。

2. 理論解析 図-1に示すように, 一定水深 h の海域に吃水 qh の任意断面形状の柱体が無限個等間隔 $2b$ で並んでおり, これに垂直に, 振幅 a , 周波数 σ の微小振幅規則波が入射する場合を考える。この柱体列による波の散乱は, 幅 $2b$ の水路内に置かれた同一の柱体による波の散乱と等価であるから, 前論文と同様に造波水路内の散乱を考える。図-2に示すように, 仮想の境界 $AB(y=d^+)$ と $CD(y=d^-)$ を設け, 流体域を領域 $(0), (1^+)$, と柱体底面下の領域 (2) の4領域に分割する。自由表面を有する領域 $(0), (1^+)$, の速度ポテンシャルは次式で表せる。

$$\Phi(x, y, z; t) = \frac{g\zeta_0}{\sigma} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \phi^{(n)}(x, y) Z^{(n)}(z) \right\} \exp(i\sigma t) \quad (1)$$

(1)式で $Z^{(n)}(z) = \cos k_n(z+h)/\cos k_n h$ で, k_n は $\sigma^2 h/g = -k_n h \tan(k_n h)$ (但し, $k_0 = ik$, k は入射波の波数, i は虚数, g は重力加速度) 一方, 領域 (2) の速度ポテンシャルは次式で表せる。

$$\Phi(x, y, z; t) = \frac{g\zeta_0}{\sigma} \left\{ \sum_{s=0}^{\infty} \phi^{(s)}(x, y) \bar{Z}^{(s)}(z) \right\} \exp(i\sigma t) \quad (2)$$

(2)式で $\bar{Z}^{(s)}(z) = \cos \bar{s}(z+qh)$ で, $\bar{s} = \pi/(1-q)h$ である。また, $\phi^{(n)}, \phi^{(s)}$ は次のHelmholtzの式を満足すべき無次元の関数(以下, ポテンシャル関数と呼ぶ)である。

$$\nabla^2 \phi^{(n)} - k_n^2 \phi^{(n)} = 0 \quad (3)$$

$$\nabla^2 \phi^{(s)} - \bar{s}^2 \phi^{(s)} = 0 \quad (4)$$

閉領域 (0) , 及び (2) の任意点 (X) に於けるポテンシャル関数 $\phi_0^{(n)}, \phi_2^{(s)}$ は, (3), (4)式の特解 $H_0^{(1)}(kr), K_0(k_n r)$, 及び $\log(kr), K_0(\bar{s}r)$ を用いて次式で表すことが出来る。

$$\phi_0^{(n)}(X) = \int_{\partial D} \left\{ \phi_0^{(n)}(X_0) \frac{\partial}{\partial \nu} G^{(n)}(kr) - G^{(n)}(kr) \frac{\partial}{\partial \nu} \phi_0^{(n)}(X_0) \right\} ds$$

$$G^{(n)}(kr) = \begin{cases} \alpha_0 \{ H_0^{(1)}(kr) + H_0^{(1)}(kr^*) \} & (n=0) \\ \alpha_n \{ K_0(k_n r) + K_0(k_n r^*) \} & (n \neq 0) \end{cases}$$

$$\phi_2^{(s)}(X) = \int_{\partial D} \left\{ \phi_2^{(s)}(X_0) \frac{\partial}{\partial \nu} E^{(s)}(r) - E^{(s)}(r) \frac{\partial}{\partial \nu} \phi_2^{(s)}(X_0) \right\} ds$$

$$E^{(s)}(r) = \begin{cases} \beta_0 \{ \log(kr) + \log(kr^*) \} & (s=0) \\ \beta_s \{ K_0(\bar{s}r) + K_0(\bar{s}r^*) \} & (s \neq 0) \end{cases}$$

但し, α_n 及び β_s は, X が境界線 ∂D 上の点である場合は $\alpha_0 = -i/2 (n=0), \alpha_n = -1/\pi (n \neq 0), \beta_0 = -1/\pi (s=0), \beta_s = 1/\pi (s \neq 0)$ を取る定数である。また ν, X, X_0, r, r^* 等は前論文と同様である。一方, 領域 (1^+) のポテンシャル関数 $\phi^{+ (n)}(x, y)$ が $\phi^{+ (n)}(x, y) = \chi^{(n)}(x) \cdot Y^{(n)}(y)$ の変数分離形で表せるものと仮定して(3), (4)式を解くと次式を得る。

$$\phi^{+ (n)}(x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\beta_m^{+ (n)}(y)}{\beta_m^{+ (n)}(\pm d)} \left\{ \frac{2\epsilon}{b} \int_0^b \phi^{+ (n)}(s, d) \cos \frac{m\pi s}{b} ds \right\} \cos \frac{m\pi x}{b} + f_1^{+ (n)}(y) \quad (7)$$

但し, $f_1^{+ (n)}(y)$ は領域 (1^+) のみで値を取る入射波のポテンシャル関数 $f_1^{+ (n)}(y) = \exp(iky)$ である。また, $\epsilon = 1/2 (n=0), 1 (n \neq 0)$ で, $\beta_m^{+ (n)}(y)$ は次式で与えられる。

$$\beta_m^{+ (n)}(y) = \exp \left\{ \mp y \sqrt{k_n^2 + \left(\frac{m\pi}{b} \right)^2} \right\} \quad (8)$$

仮想境界 S_2 及び S_4 と, 領域 (0) と (1^+) の境界における流体運動の連続条件より次式を得る。

$$\phi_0^{(n)} = f_1^{+ (n)}(d) + \phi^{+ (n)} \quad , \quad \frac{\partial \phi_0^{(n)}}{\partial \nu} = ik f_1^{+ (n)}(d) + \frac{\partial \phi^{+ (n)}}{\partial \nu} \quad (9)$$

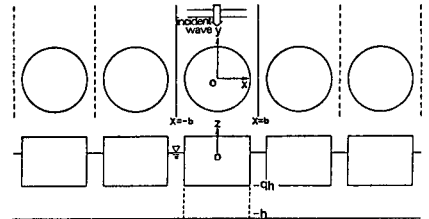


図-1 鉛直柱体列

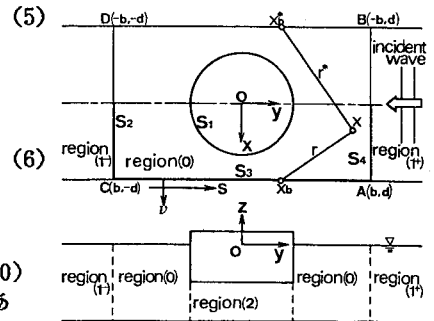


図-2 分割領域の積分境界

$$\sum_{n=0}^{\infty} \phi^{(n)} Z^{(n)}(z) = \sum_{s=0}^{\infty} \phi^{(s)} \bar{Z}^{(s)}(z) \quad (-h \leq z \leq -qh) \quad (10)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial \phi^{(n)}}{\partial \nu} Z^{(n)}(z) = \begin{cases} 0 & (-qh \leq z \leq 0) \\ \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\partial \phi^{(s)}}{\partial \nu} \bar{Z}^{(s)}(z) & (-h \leq z \leq -qh) \end{cases}$$

(10)式に於て、 $\bar{Z}^{(s)}(z)$ が $(-h \leq z \leq -qh)$ で、また $Z^{(n)}(z)$ が $(-h \leq z \leq 0)$ で直交関数系を成すことを用いると、(10)式より次式を得る。

$$\phi^{(s)} = \sum_{n=0}^{\infty} F^{(n)}_{(s)} \phi^{(n)} \quad (s=0, 1, 2, \dots), \quad \frac{\partial \phi^{(n)}}{\partial \nu} = \sum_{s=0}^{\infty} B^{(n)}_{(s)} \frac{\partial \phi^{(s)}}{\partial \nu} \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad (11)$$

(1),(2)式の無限級数項を有限項 n^*, s^* に取り、(5),(6)式の X が境界上の点である場合について上式を離散化し、これを(9),(11)式の境界条件のもとで数値的に解くことにより、境界 ∂D の各境界要素 ΔS_j 上のポテンシャル関数 $\phi^{(j)}$ とその法線微分値 $\partial \phi / \partial \nu$ が決まる。

3. 諸量の算定 各領域におけるポテンシャル関数 ϕ は、領域(0),(2)では各々(5),(6)式を離散化した式に、また領域(1⁺)では(7)式を離散化した式に、境界要素上の ϕ と $\partial \phi / \partial \nu$ を用いて算定される。入射波に対する領域内任意点での水面振動の振幅の比はポテンシャル関数により $|\Sigma \phi^{(n)}|$ で与えられる。柱体に作用する水平、及び鉛直波力は、流体圧力 $p = \rho g \partial \phi / \partial t$ を次式のように各々柱体側面と底面について積分して求められる。

$$F_y = \oint_{\partial S_1} \int_{-qh}^0 p \nu_y dz ds, \quad F_z = \int_A p dx dz \quad (12)$$

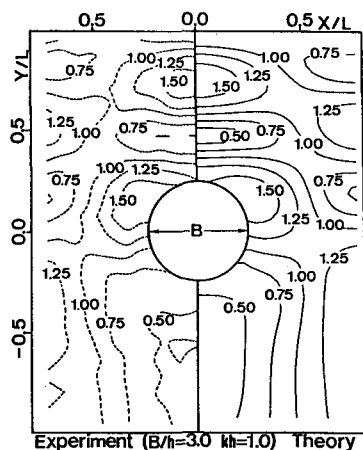
但し、 ν_y は柱体側面上の法線 ν の y 成分、 A は底面領域である。また、通過率 K_r 、反射率 K_t は仮想境界 s_2, s_4 を横切る波のエネルギー $f l u x$ 、 E を用いて次式で算定される。

$$E = \frac{1}{2bT} \int_{-b}^b \int_{-t}^{t+T} \int_{-h}^0 \rho R_e \left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right] R_e \left[\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right] dz dt dx \quad K_r = \sqrt{\frac{E_r}{E_i}}, \quad K_t = \sqrt{\frac{E_t}{E_i}} \quad (13)$$

但し、 E_r, E_t, E_i は反射波、通過波、入射波のエネルギー $f l u x$ である。

4. 数値計算例と実験による検証 図-3は、 $kh=1.0$ の場合の円柱体($B=3h, 2b=10h, qh=0.5$)近傍の波高分布を示したもので、実線は理論値を、破線は実験値を示している。実験は、幅4mの平面水槽で、水深 $h=40$ cm、周期 $T=1.45$ sec、入射波高 $2\zeta_0=4$ cmとし、 20 cm $\times 20$ cmの格子上で波高を測定して、入射波高に対する比を求めたものである。理論値と実験値は良く一致しており解析法の妥当性が確かめられた。図-4は図-3の理論値についての柱体近傍の鳥瞰図である。

5. あとがき 本文に示した方法は、等間隔に配置された浮き防波堤による波の制御を理論的に解析するための基礎となるもので、現在堤体が動揺する場合についても解析を行っている。



Experiment ($B/h=3.0$ $kh=1.0$) Theory
図-3 柱体近傍の波高分布

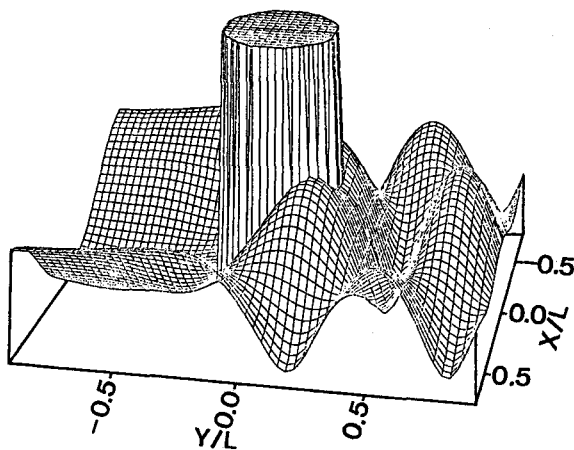


図-4 柱体近傍の鳥瞰図

参考文献

- 1) 古田・飯田：任意断面の鉛直柱体列による波の散乱と波力の解析法，第33回海岸工学講演会論文集 1986。