

面内加振によるケーブルの面外分岐応答解析(続報)

長崎大学工学部 学生員 ○白石隆俊

長崎大学工学部 正 員 高橋和雄

1. まえがき ケーブルへの加振力が面内のみであっても、面外振動が励起されることは、よく知られている¹⁾。これを非線形振動の立場より見れば、ケーブルの幾何学的非線形項を介して生ずる面外非線形分岐応答とみなすことができる²⁾。著者らは、非線形分岐応答を、面内・面外とも1自由度系とみなして、水平ケーブルの分岐挙動に及ぼす形状パラメーターの影響を明らかにしている³⁾。これより、ケーブルの面外分岐特性はかなり明確になってきたが、減衰の効果を入れないと分岐領域が定まらないことが判明してきた。引き続き、本研究は、傾斜ケーブルの分岐応答および分岐挙動に及ぼす減衰の影響を評価するものである。

2. 解法 完全可撓性・伸張性を仮定した単一ケーブルの3次元運動方程式を、面内の自由度 P_n および面外の自由度 Q_n について離散化すれば、次のような連立非線形常微分方程式が得られる。

$$m_n^i \ddot{P}_n + k_n^i P_n + k^2 \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{e=1}^{\infty} k_{je}^{in} P_j P_e + \frac{1}{2} k^2 \sum_{q=1}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} k_{qp}^{in} Q_q Q_p + \frac{1}{2} k^2 \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} k_{jm}^{in} P_j P_m + \frac{1}{2} k^2 \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} k_{jr}^{in} P_j Q_r = 8r^* f_n^i \cos \omega \tau, \quad (1)$$

$$m_n^o \ddot{Q}_n + k_n^o Q_n + k^2 \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{e=1}^{\infty} k_{pe}^{on} Q_p P_e + \frac{1}{2} k^2 \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{e=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} k_{pem}^{on} Q_p P_e P_m + \frac{1}{2} k^2 \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} k_{pqm}^{on} Q_p Q_q Q_r = 8r^* f_n^o \cos \omega \tau \quad (2)$$

ここに、 $n=1, 2, \dots$ 、 $m_n^i, \dots, f_n^o$: suffix iは面内を、suffix oは面外を表す。 k : 縦波-横波伝播速度比、上式において、 P_n 、 Q_n はケーブルの支点間距離で無次元化され、 ω は弦の1次固有円振動数で無次元化した加振円振動数である。

本研究では、面内・面外の自由度をそれぞれ1個採用して、各自由度に線形減衰力を考慮する。このとき面内方向にのみ加振を受ける場合の運動方程式が得られる。

$$\ddot{P}_1 + 2h_1 \dot{P}_1 + a_1 P_1 + b_1 P_1 P_1 + c_1 Q_1 Q_1 + d_1 P_1 P_1 P_1 + e_1 P_1 Q_1 Q_1 = p \cos \omega \tau \quad (3)$$

$$\ddot{Q}_1 + 2h_2 \dot{Q}_1 + a_2 Q_1 + b_2 Q_1 P_1 + c_2 P_1 P_1 Q_1 + d_2 Q_1 Q_1 Q_1 = 0 \quad (4)$$

ここに、 $a_1, b_1, \dots, c_2, d_2$: 式(1), (2)をそれぞれ m_1^i, m_1^o で割った係数

式(4)の右辺は零であるので、 $Q_1=0$ (面外振動が生じない)が付随解である。したがって、 $Q_1=0$ のもとに、式(3)から面内加振による付随解である面内応答($P_1 \neq 0$)が得られる。しかし、式(4)の係数に P_1 が含まれるために、係数励振によって、特定の振動数領域で、 Q_1 が分岐する($Q_1 \neq 0$)。この面外分岐応答と分岐後の面内応答が式(3), (4)を減衰の影響をも考慮して次のように仮定する。

$$P_1 = C_0/2 + C_1 \cos \omega \tau + S_1 \sin \omega \tau \quad (5)$$

$$Q_1 = \bar{C}_0/2 + \bar{C}_{1/2} \cos \omega \tau / 2 + \bar{S}_{1/2} \sin \omega \tau / 2 + \bar{C}_1 \cos \omega \tau + \bar{S}_1 \sin \omega \tau \quad (6)$$

ここに、 C_0, C_1, S_1 : 付随形の振幅成分、 $\bar{C}_0, \bar{C}_{1/2}, \bar{S}_{1/2}, \bar{C}_1, \bar{S}_1$: 分岐形の振幅成分($\bar{C}_{1/2}, \bar{S}_{1/2}$: 主不安定領域(周期 $2T$)、 $\bar{C}_1, \bar{S}_1$: 副不安定領域(周期 T))。

式(5), (6)を式(3), (4)に代入して調和バランス法を適用すれば、8個の非線形連立代数方程式が得られる。これらをNewton Raphson法による数値解析すれば、必要な解を得ることができる。数値解析に当たって、先ず分岐成分($\bar{C}_0 \sim \bar{S}_1$)を零とおいて、付随成分($C_0 \sim S_1$)のみを求める。次いで、加振振動数 $\omega = 2\omega^o, \omega = \omega^o$ 付近で分岐成分に零以外の適当な初期値を代入して、分岐成分と分岐後の付随成分を求めることができる。

3. 数値結果 (1)傾斜ケーブルの面外不安定領域 図-1は傾斜ケーブル(伝播速度比 $k=30$, 傾斜角 30°)のサグ比 γ と無次元固有振動数 ω との関係を示す。図中の実線が面内の固有振動を、破線が面外の固有振動を示す。最低次の振動に注目すると傾斜ケーブルの場合、1次面内振動はサグ比の増大とともに、2次面内振動へと遷移する。これに対して、面外振動はサグ比にかかわらず、一定値を保つ。したがって、傾斜ケーブルの場合、面外の固有振動数 ω_1^o は1.0付近なので、加振振動数 $\omega_1^o=1.0, 2.0$ 付近で分岐応答が生ずる。

これに対して、面内加振による面外分岐応答の共振点は $\omega=1.0\sim 2.0$ の範囲で生ずる。したがって、 $\omega_1^i=2.0$ 付近のサグ比をもつケーブルでは、面外振動は面内振動の影響を強く受けることになる。図-2は、 $\gamma=0.04$ に対する面内応答曲線および面外分岐応答曲線である。図中の肉太の実線、破線で示されている曲線が付随形の主調和応答(C_1)である。実線が外力と同位相の応答を、破線が逆位相の応答をそれぞれ示す。これに対して、 $\omega=2.0, 1.0$ 付近で主および副不安定領域の分岐応答が生じている。応答曲線上の2個の分岐点で囲まれる領域が不安定領域である。分岐領域の広い主不安定領域について、静的応答がスパンの1/1000となるような荷重強度のもとに生ずる主不安定領域を示せば、図-3のとおりである。斜線部が面外振動の発生領域である。これらの不安定領域が点線で区切られた部分では応答曲線の鉛直接線に一致しており、不安定領域の下限もしくは上限が与えられる。この図より、サグ比の小さい弦では、不安定領域はきわめて狭い。しかし、ケーブルでは特定のサグ比で不安定領域は広くなる。このとき、面外の ω_1^o と面内の ω_1^i の振動形は似ている。その不安定領域は水平ケーブルの場合より小さくなる³⁾。

(2)減衰力のある場合 図-4は水平ケーブル($k=30, \gamma=0.04$)の面内対称振動の応答曲線および面外分岐応答と分岐後の分岐後の応答曲線である。図のように減衰力が存在すると、共振点付近の振幅が有限な大きさとなる。このために、不安定領域の上下限が定まることになる。また、分岐領域が減衰力の増大とともに狭くなり、不安定領域が狭くなる。

4. まとめ ケーブルのサグをパラメータにした不安定領域に及ぼすパラメータの影響などは、当日発表する。

参考文献 1)山口・宮田・伊藤：第24回構造工学シンポジウム論文集、1978、 2)高橋・田川・佐藤：土木学会論文集、第350号、1984、 3)高橋・麻生・小坪・小西：構造工学における数値解析シンポジウム論文集、第10巻、1986、 4)山口・伊藤：土木学会論文報告集、第286号、1979

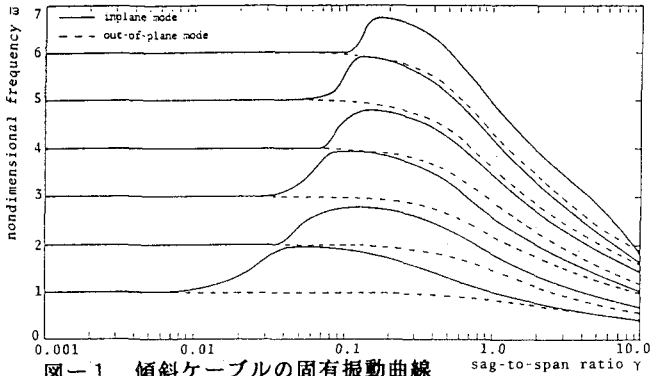


図-1 傾斜ケーブルの固有振動曲線

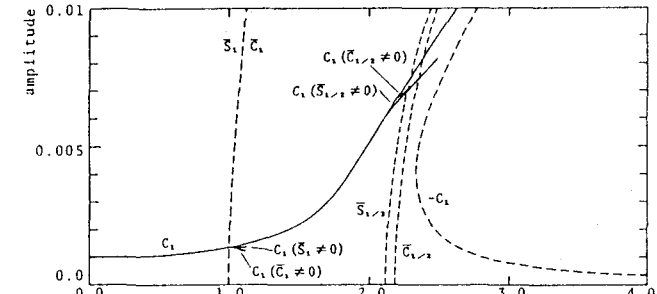


図-2 サグ比 $\gamma=0.05$ の傾斜ケーブルの分岐応答

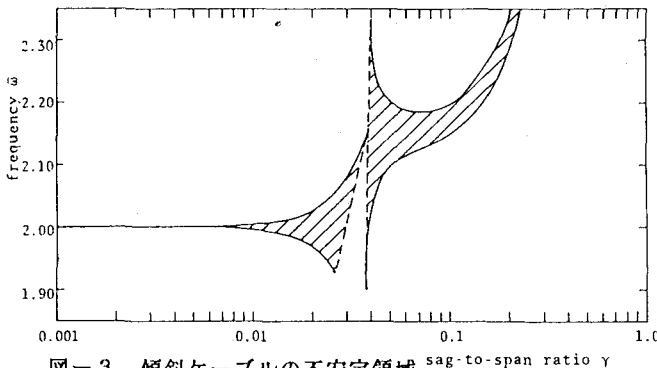


図-3 傾斜ケーブルの不安定領域

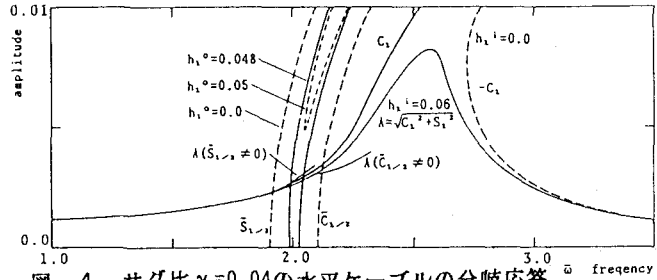


図-4 サグ比 $\gamma=0.04$ の水平ケーブルの分岐応答