

幾何学的非線形性を考慮した初期変形をもつ長方形板の動的安定性(続報)

長崎大学工学部 学生員 ○川野隆太

長崎大学工学部 正 員 高橋和雄

1. まえがき 長方形板の面内変動曲げモーメントが作用すると、面外振動が発生する。著者らは、この問題に関して、係数励振振動(動的安定性)の立場から、線形理論により得られる面外不安定領域¹⁾、安定を失った最大応答の解析²⁾およびこれらに及ぼす平板の初期変形の影響を評価している³⁾。引き続いて、本研究では、初期変形を有する長方形板の面外不安定領域、最大応答に及ぼす静的曲げモーメントおよび減衰力の影響を評価する。

2. 解法 図-1に示すような初期変形 $w_0 = e_0 d \sin(G\pi x/a) \sin(H\pi y/b)$ をもつ長方形板の面内方向に、静的曲げモーメント $\bar{M}_0$ と変動曲げモーメント $\bar{M}_t \cos \bar{\omega} t$ の和からなる曲げモーメント M が作用する。また、境界条件は、曲げにたいして全周辺単純支持、面内変位にたいして固定とする。このと

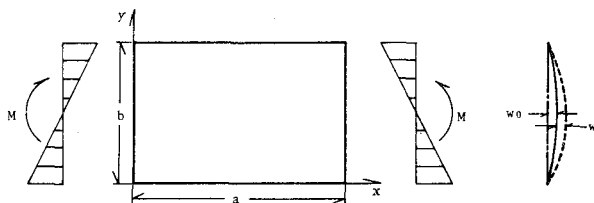


図-1 一般図

きの長方形板の一般座標 T_{MP} に関する運動方程式は次式のようにになる³⁾。

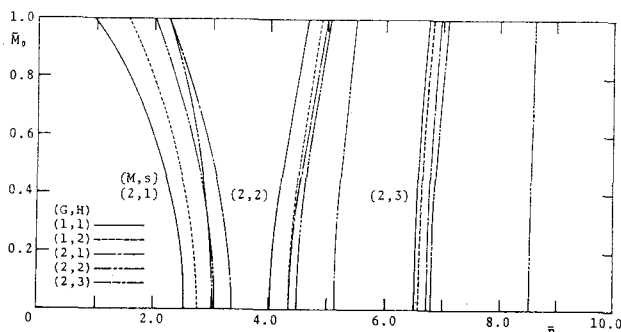
$$\ddot{T}_{MP} + \left(\frac{Q_P^M}{Q_I^1} \right) \dot{T}_{MP} + \left(\frac{Q_P^M}{Q_I^1} \right)^2 T_{MP} + (\bar{M}_0 + \bar{M}_t \cos \bar{\omega} t) \sum_{n=1} A_{Mpn} T_{Mn} + \sum_{n=1} \sum_{r=1} \sum_{s=1} B_{Mnrsp} T_{Mn} T_{Mr} T_{Ms} \quad (1)$$

$$+ e_0 \sum_{n=1} \sum_{r=1} C_{MnrGHP} T_{Mn} T_{Mr} + e_0^2 \sum_{n=1} D_{MnGHP} T_{Mn} = 0$$

上式に含まれる無次元パラメーターは、(1) 構造パラメーター； ω_s^M ：固有振動数、 h_s^M ：減衰定数、(2) 初期変形パラメーター； (G, H) ：形状(G : x 方向の半波数、 H : y 方向の半波数)、 e_0 ：大きさ、(3) 外力パラメーター； $\bar{M}_0$ ：静的曲げモーメント、 $\bar{M}_t$ ：変動曲げモーメントの振幅、 $\bar{\omega}$ ：励振円振動数。

3. 数値結果

(1) 静的曲げモーメント $\bar{M}_0$ の影響 図-2は、初期変形を有する正方形板($\mu=1.0, e_0=0.5$)の静的曲げモーメント $\bar{M}_0$ と固有円振動数 $\bar{\omega}$ との関係を初期変形の形状(G, H)をパラメーターに表示している。静的曲げモーメントの影響として、 y 方向の半波数 $s=1$ の振動形をもつ固有振動数 $\omega_{2,1}^M$ が低下するが、 $\bar{M}_0 = 1.0$ すなわち、座屈荷重となっても $\omega_{2,1}^M = 0.0$ にならない。つまり、初期変形の存在によって、平板の剛性が増しているためである。また、 $s=1$ 以外の振動形をもつ固有振動数はほとんど変化しないか、逆に増大する。これより、不安定領域の幅は固有振動数の接近度に関係するので、不安定領域の幅は $\bar{M}_0$ の影響を受けることが予想される。図-3は静的曲げモーメントが作用した場合($\bar{M}_0=0.3$)の微小振動論から得られる面外不安定領域($e_0=0.2, (G, H)=(1, 1)$)である。図中において、横軸 $\bar{\omega}$ は無次元加振振動数を、縦軸 $\bar{M}_t$ は無次元変動曲げモーメントの振幅である。図中の右下がりの斜線部が結合共振を、右上がりの斜線部が単純共振を意味する。不安定領域に示した記号 $(\omega_{M_i} + \omega_{M_j})/k$, $2\omega_{M_i}/k$ はそれぞれ結合共振、単純共振の種類を示す。静的曲げモーメントが作用すると、 $\bar{M}_0=0.0$ のときに狭い単純共振の不安定領域が現れてくる。図-4は、不安定領

図-2 無次元固有円振動数 ($e_0=0.5, M=2$)

域 $\omega^2_1 + \omega^2_2$ に対する静的曲げモーメント $\bar{M}_0$ の影響を表示したものである。 $\bar{M}_0$ の存在によって、不安定領域の現れる振動数領域が減少し、その幅もわずかに狭くなる。図-5は、 $\bar{M}_0=0.3$ が作用した場合($e_0=0.2, (G, H)=(2, 1)$)の非線形項まで考慮した最大応答である。ここでも、単純共振 $2\omega^2_1, 2\omega^2_2$ などの最大応答が現れてくる。次に、 $\omega^2_1 + \omega^2_2$ の最大応答に注目して、 $\bar{M}_0$ が無い場合と、ある場合($\bar{M}_0=0.3$)の比較を図-6に示す。図のように初期変形状(G, H)に無関係に静的曲げモーメントが増大すると、最大応答は増大する。

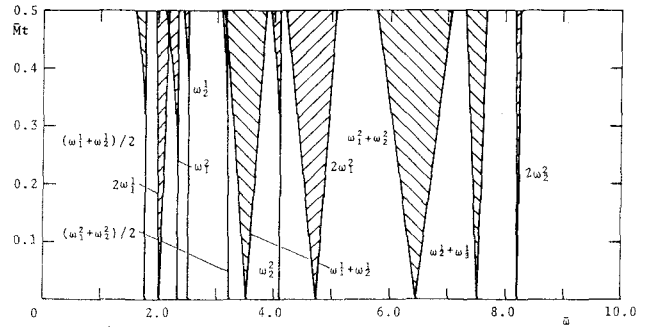


図-3 不安定領域 ($\bar{M}_0=0.3, e_0=0.2, G=1, H=1$)

図のように初期変形状(G, H)に無関係に静的曲げモーメントが増大すると、最大応答は増大する。

(2) 減衰力の影響 面外振動の不安定領域および最大応答に及ぼす減衰力の影響を明らかにする。図-7は非減衰の場合($h^M_p=0.0$)と減衰のある場合($h^M_p=0.01$)の不安定領域を示したものである。図のように減衰力の効果は一般に高い振動数側に現れる不安定領域に対して顕著となってくる。したがって、その効果は初期変形の形状および大きさによって異なる。つまり、同じ減衰であれば、初期変形の形状と振動形が一致する場合、また、その振幅が大きいほど減衰の効果がで

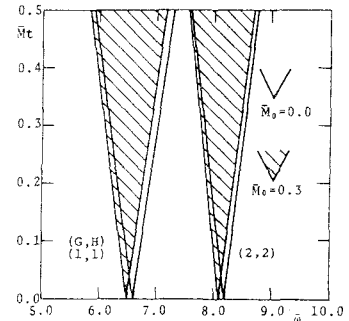


図-4 不安定領域 $\omega^2_1 + \omega^2_2$ ($e_0=0.5$)

てくる。図-8は、最大応答に及ぼす減衰力の影響を示したものである。図のように減衰力の効果は励振力の小さいところで効いてくる。また、振幅を抑える効果をもつ。

4. まとめ

本研究によって、初期変形をもつ長方形板の面外不安定領域および最大応答に及ぼす静的曲げモーメントおよび減衰力の影響が評価された。実橋においてはこれらの力は必ず作用するので、これらの効果を考慮した取扱が必要であることが明らかにされた。

【参考文献】1)高橋・池田・松川：土木学会論文集，第

341号，pp.179-186,1984. 2)Takahashi,K.,Konishi,Y.,Ikeda,T.and Kawano,R.,Proc.of JSCE,No.374/I-6, pp.358-369,1986. 3)高橋・小西・川野・浦川：構造工学論文集，Vol.33A,1987.

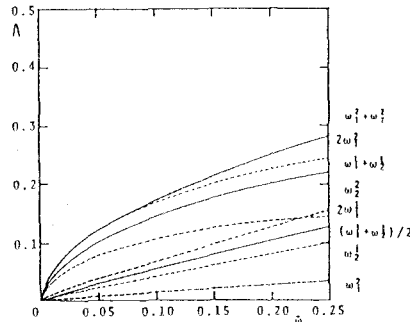


図-5 最大応答 ($\bar{M}_0=0.3, e_0=0.2, G=2, H=1$)

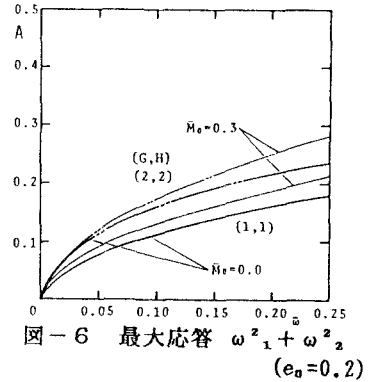


図-6 最大応答 $\omega^2_1 + \omega^2_2$ ($e_0=0.2$)

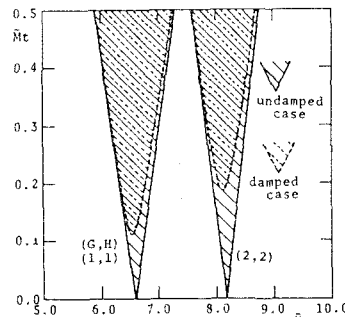


図-7 不安定領域 $\omega^2_1 + \omega^2_2$ ($e_0=0.5, h^2_1=h^2_2=0.01$)

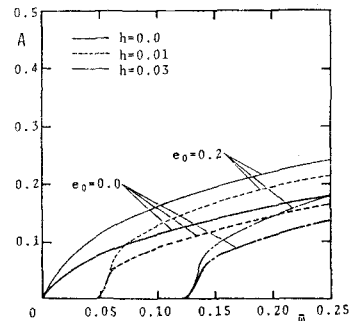


図-8 最大応答 $\omega^2_1 + \omega^2_2$ ($\bar{M}_0=0.0, G=2, H=2$)