

幾何学的非線形問題における一収束計算法について

佐賀大学 学生員 田野慎一郎

佐賀大学 正 員 井嶋克志

佐賀大学 正 員 後藤茂男

1. まえがき

接線剛性法は、構造物の既知の先行釣合状態よりの微小荷重増分と微小変位増分との関係、すなわち接線剛性法を利用する構造物の幾何学的非線形挙動解析の有力な手段であり、その有限荷重増分に対する収束解は、数学的な Newton-Raphson 法とまったく同様な経過をしめす。

しかしながら、柔ケーブルなどで目的とする荷重増分が過大で非線形挙動が極端な場合など、収束状態が悪化し解が得られなくなるほど荷重増分の分割載荷が必要になる。

このような場合、途中経過は不要で最終状態のみが目的であれば、各荷重分割ごとの収束計算は完全である必要はなく、分割荷重の大きさにもよるが、1回から数回の反復で未収束の不均衡力を持越し次のステップ分割荷重に加算しながら最終ステップに進み、ここで完全収束計算をすればいいことになる。

この手法は、全荷重増分の一時載荷で収束させた場合よりも、合計反復回数は、かえって減少することもあり、不均衡力の持越しにより誤差の累積は、まったく生じないので、目的とする荷重増分や非線形性を勘案すれば十分な利用価値があるものと考えられる。

以下では最も著しい弾性的非線形を示す曲げ剛性が少なく、伸び剛性のみの柔ケーブルについて計算をおこなう。

2. 柔ケーブル部材における接線剛性方程式

図-1に示すような、重力場下の柔ケーブル部材ijのj端において、共通座標系方向にu, v, w, 軸をとる。なおw軸は重力の方向と一致するものとする。

ケーブルijのuv平面への投影をh軸とし、i端におけるケーブル張力のh, u, v, w, 方向成分をH, U, V, W, また、弦ijの成分をh, u, v, w, と表わし、これらの微小増分にそれぞれ δ を付するものとする。

$$\alpha = u/h \quad \beta = v/h \quad \mu = H/h \quad \text{-----} (1)$$

とおけば、h, u, v, および H, U, V, の関係より

$$\delta h = \alpha \delta u + \beta \delta v \quad \text{-----} (2)$$

$$\delta U = \alpha \delta H + \mu (\beta^2 \delta u - \alpha \beta \delta v) \quad \text{-----} (3)$$

$$\delta V = \beta \delta H + \mu (\alpha^2 \delta v - \alpha \beta \delta u) \quad \text{-----} (4)$$

が得られ、ケーブルijの平面構造系としての接線剛性方程式を次式のように表わす。

$$\delta H = k_{11} \delta h + k_{12} \delta w - k_{t1} \delta l_t + k_{o1} \delta l_o \quad \text{-----} (5)$$

$$\delta W = k_{21} \delta h + k_{22} \delta w - k_{t2} \delta l_t + k_{o2} \delta l_o \quad \text{-----} (6)$$

ここに、 k_{11} 等は剛性係数であり、また、 δl_t は微小温度上昇によるケーブルijの自由伸び量であり、 δl_o は、ケーブル形状調整時などにおけるケーブル微小繰出し量であり、無応力長変化と共にケーブル総重量も変わることになる。

結局、3次元部材としての柔ケーブルの接線剛性方程式は次式となる。

δU	$k_{11} \alpha^2 + \mu \beta^2$	$(k_{11} - \mu) \alpha \beta$	$k_{12} \alpha$	δu	αk_{t1}	αk_{o1}	----- (7)
δV	$(k_{11} - \mu) \alpha \beta$	$k_{11} \beta^2 + \mu \alpha^2$	$k_{12} \beta$	δv	βk_{t1}	βk_{o1}	
δW	$k_{21} \alpha$	$k_{22} \beta$	k_{22}	δw	k_{t2}	k_{o2}	

ここに、

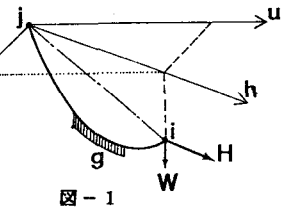


図-1

$$k_{12} = k_{21} = F \frac{ly}{1^2 - y^2} - \frac{H}{l} \frac{y}{x} B, \quad K_{11} = Fb \frac{1}{x} + \frac{H}{l} \frac{y^2}{x^2} B \quad \text{----- (8)}$$

$$k_{22} = F \frac{1}{x} + \frac{H}{l} B - \frac{Fl}{x} b, \quad F = \frac{EA}{l_0}, \quad B = \left(\frac{xy^2}{1^2 - y^2} \right)^2 + b^2, \quad b = \psi \coth \psi \quad \text{----- (9)}$$

3. 簡単な計算例による収束計算の比較

図-2に示すカテナリーケーブルの右端に、水平方向荷重 ΔH のみが作用したとき、右端の水平変位量 ΔX の計算を、荷重増分における各ステップ毎の収束計算を行った場合と、最終ステップのみ完全収束計算を行った場合で比較した。

なお、最終荷重に至るまでの荷重分割数は5とした。前者の計算手順を図-3に示す。図-4には、所要の精度(相対許容誤差 10^{-5})を満たすまでの水平荷重に対する反復回数について、前者を○、後者を●で示している。図からわかるように、各ステップ収束計算させた場合に比べ、最終ステップのみを完全収束計算させた場合のほうが、反復回数はかなり少なくなり、計算の効率化を計ることができる。

また、この計算例では95 ton以上の荷重増加に対して、1ステップで計算させた場合は収束しなかった。これは、荷重増分が過大で非線形挙動が極端になり収束しなかったものと思われる。

また、図-5は水平方向荷重 ΔH とケーブル右端の水平方向変位 ΔX の関係を示したもので、 $\Delta H=200\text{tf}$ に対して最終ステップのみを完全収束計算させた場合の収束経路と、そのときの不平衡力を示したものである。

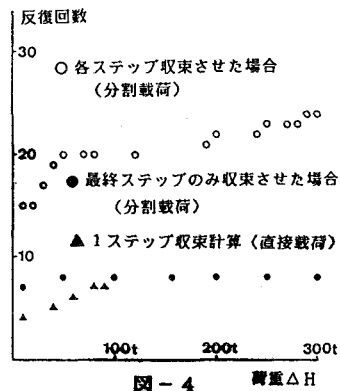


図-4

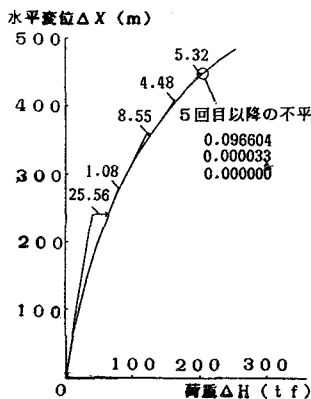


図-5

参考文献

- 1) 後藤茂男 土木学会論文報告集 No.270, 1978

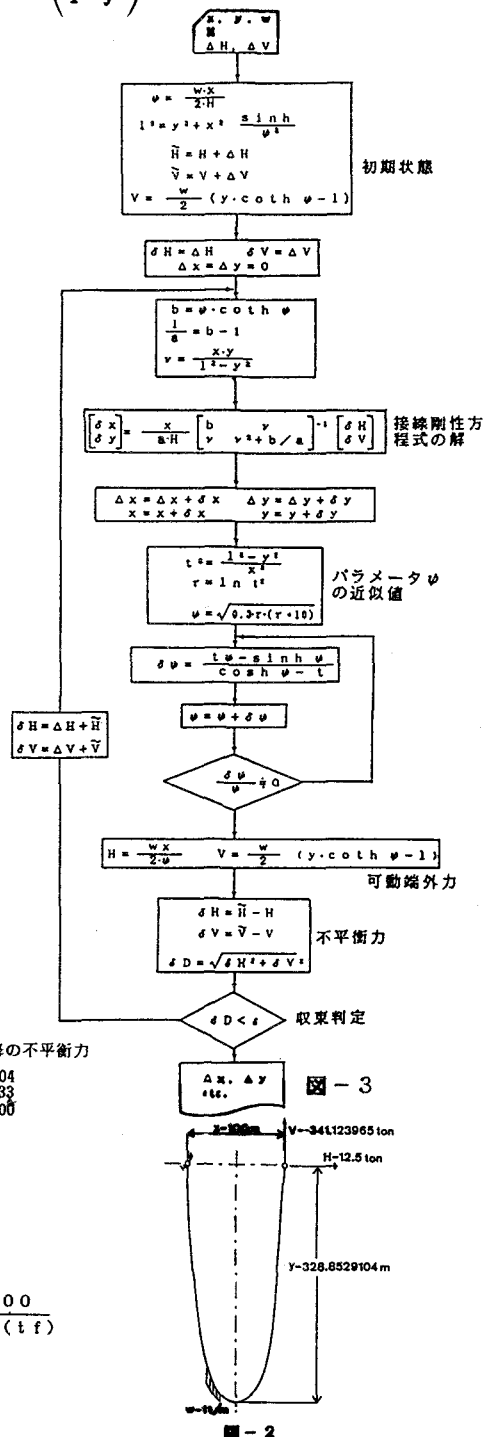


図-2