

並列曲線桁橋の最大荷重に関する最適化へのアプローチ

九州大学 学生員 〇田島 孝敏

九州大学 正会員 今井 富士夫

九州大学 正会員 太田 俊昭

1. はじめに 構造物の崩壊形式は、構成部材の剛度の組合せによって異なる。そのため、崩壊形式に依存する終局荷重も多様に変化する。安全で経済的な構造物の設計を行うためには、終局荷重はその系における終局荷重が最大（最適な崩壊形式）で、かつ使用材料が最小となるような部材構成を把握する必要がある。

そこで、本論では上記の条件を満足する部材構成を一義的に算定できる設計法として、最適弾塑性設計法（以下PDと称する）を提案した。さらに、この手法を並列曲線箱桁橋に適用して解析を行い、従来の弾塑性増分法（以下PAと称する）の解と比較することにより、本法の妥当性について検討した。

2. 崩壊形式 並列曲線箱桁橋の崩壊形式は、図-1

に示すような3形式に大別できる。①両主桁の中央点にのみ塑性ヒンジが発生する主桁崩壊形式（Mode A）②最終的には主桁崩壊となるが、その過程で横桁端部にも塑性ヒンジが発生するもの（Mode B）③主載荷側の主桁中央と全横桁の端部に塑性ヒンジが発生する横桁崩壊形式（Mode C）。以上の崩壊形式のうち、終局耐力が最大で、そのときの变形が最小となるものは

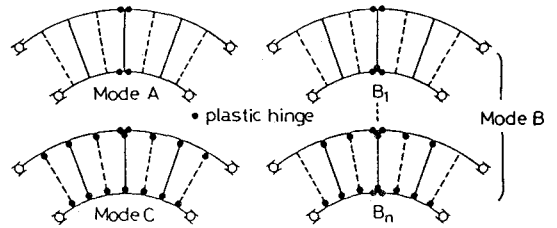


図-1 崩壊形式

Mode Aである。¹⁾したがって、並列曲線箱桁橋の場合、Mode Aで崩壊するように設計を行うのが合理的となる。

3. 最適弾塑性設計²⁾ここでは全変形理論に基づき、ある荷重レベルでの構造物の弾塑性変形状態を求めるための基本式を示し、これを最適問題に適用する方法について述べる。弾塑性解析における支配方程式は次のとおりである。

- (a) 変形の適合条件 $\tau = \tau_0 + \tau_p = A_0 \cdot U$ (1) τ : 全変形ベクトル
 $\tau_0 = A_0 \cdot \lambda$, $\lambda \geq 0$ (2) τ_0 : 弾性変形ベクトル
 τ_p : 塑性変形ベクトル
 A_0 : 形状マトリクス
 U : 節点変位ベクトル
(b) 力と変形の関係 $M = \tilde{K} \cdot \tau$ (3)
(c) 力の釣り合い条件 $A_0^T \cdot M = F$ (4)

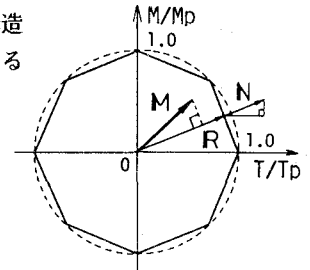


図-2 線形化降伏関数

降伏条件としては、図-2に示すような線形化降伏関数を用いる。

これを定式化し、式(1)~(4)を整理、代入すると次のようになる。

- (d) 降伏条件 $\Phi = N^T \cdot M - R$ (5)
 $= B - D \cdot \lambda \leq 0$ (6)

ここに、 $B = N^T \tilde{K} A_0 K_0^T F - R$, $K_0 = A_0^T \tilde{K} A_0$.

$D = N^T \tilde{K} A_0 K_0^T G - N^T \tilde{K} A_0$, $G = A_0^T \tilde{K} A_0$.

A_0 : 塑性係数マトリクス
 λ : 塑性乗数ベクトル
 M : 内力ベクトル
 K : 部材の弾性的性質を表すマトリクス
 F : 節点外力ベクトル
 Φ : 降伏関数ベクトル
 N : 降伏曲線に対する単位外向き法線マトリクス
 R : 塑性容量ベクトル

次に、最小重量設計を基本概念として最適化問題への適用を試みる。各桁の完全塑性モーメントMpと塑性乗数λを設計変数に選び、目的関数として重量関数を考えた。また、制約条件には各要素断面の塑性制約（式(6)）を用いた。ところで、前述したように並列曲線箱桁橋を設計する際、その崩壊形式をMode Aに指定した方が合理的であることが判っているので、塑性ヒンジ発生点では $\Phi = 0$, $\lambda \geq 0$ 、それ以外の断面については $\Phi \leq 0$, $\lambda = 0$ を満たすような制約条件を与えた。なお、最適化には逐次線形計画法を使用した。

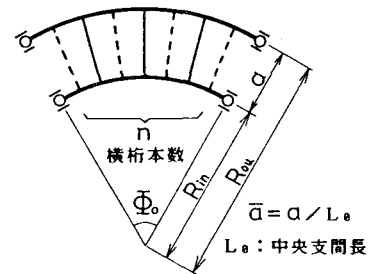


図-3 解析モデル

4. 解析結果 図-3に示すような並列曲線箱桁橋を解析の対象とし、その外桁中央に集中荷重を載荷する場合について考える。ここで、 $\bar{P}$ 、 $\bar{V}$ 、 $\bar{\theta}$ はそれぞれ載荷荷重、外桁中央の垂直変位、ねじり角を、外桁と同一断面を有する単一桁に集中荷重を載荷したときの崩壊荷重、終局変位で無次元化したもの、 m_i 、 m_r はそれぞれ内桁、横桁の完全塑性曲げモーメントを外桁のそれと無次元化したものである。崩壊形式がMode Aを呈するときの $\bar{P}$ と m_i の関係を示すと図-4のようになる。これより、PD解は、降伏関数を線形近似するときの曲線分割数に大きく影響されるが、その解は厳密なPA解に比べ安全側にあることが判る。

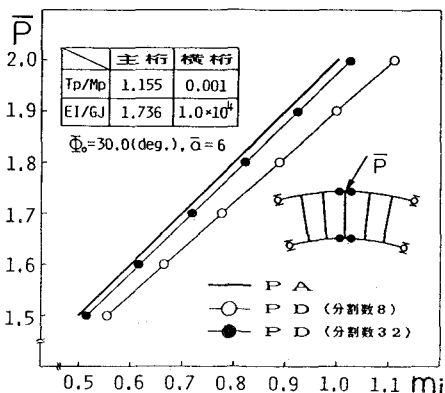


図-4 $\bar{P} - m_i$ 図

そこで、分割数Ndを変化させたときのPA解との誤差について検討する。両解法で得られた所要 m_i をPA解に対するPD解の比 $\bar{m}_i$ で表し、これを $\bar{P}=1.5$ の場合について示したものが図-5である。この図からPA解との誤差は、Ndの増加に伴って級数的に減少し、32分割のとき2%程度であることが判る。そこで、これ以降の解析では、正32角形近似した降伏曲線を使用した。

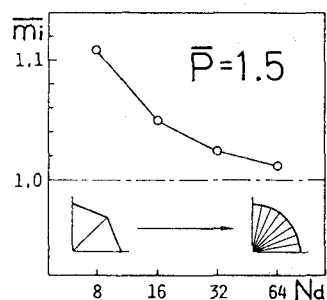


図-5 $\bar{m}_i - Nd$ 図

さらに、本法が、終局時の変形についても精度良く解析できることを、PA解との比較によって明らかにした。 $\bar{P}=1.5$ におけるPD解を基に、これをPAで解析した一例を図-6に示す。この図から、終局状態における荷重、および変位は良く一致していることが判る。

また崩壊形式についてみると、PAではMode Bを呈しているが、Step2から3に移行するときの荷重、および変位増分が微小であることを考慮すれば、両者は、ほぼ一致していると言える。

次に崩壊形式がMode Aを呈するときの m_i と m_r の関係を示したものが図-7である。ここでの m_i 、 m_r は、Mode Aの最低必要量を表しているの、この関係は、崩壊形式がMode Aとなるか否かの境界を意味していると言える。ところで、PAを用いてこの関係を求める場合、 m_r 値をある一定の範囲で変化させて試行錯誤的に解析を行う必要がある。つまり、離散的なデータを使うため解析結果に幅が生じる。ここで、PDの結果が、この領域に内包されていることを勘案すれば、本法の適用性は良好であると思われる。

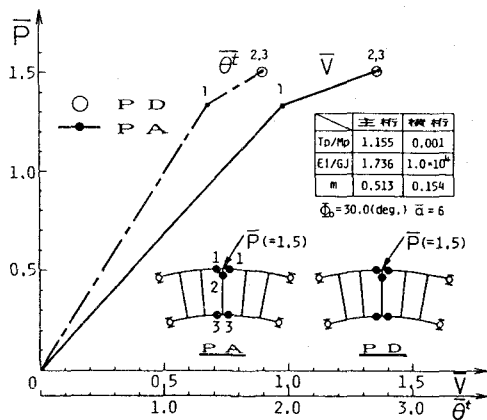


図-6 荷重-変位図

5. おわりに 荷重形式として、単一集中荷重の他に設計荷重等についても検討を行ったので、この結果については講演時に発表する予定である。なお、本研究を進めるにあたり、多大なご助言を戴いた防衛大学の石川、三原両先生に深甚の意を表します。
【参考文献】

- 1) Imai, F. et.al: Plastic Analysis of Curved Grillage Girders, Memoirs of Faculty of Engineering, Kyusyu Univ., Vol.43, No.1, 1983
- 2) 石川ら：降伏部材選択方式によるトラス構造物の最適弾塑性設計法に関する一考察，土論，第350号，1984.10.

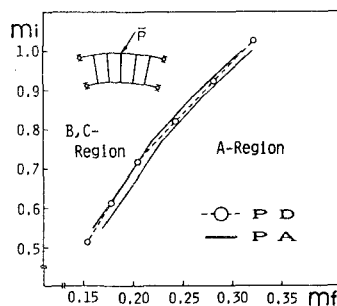


図-7 $m_i - m_r$ 図