

多軸応力下におけるコンクリートの弾塑性構成モデル

熊本大学工学部 学員・前田 勝美
同上 正員 平井 弘義

1. 緒言

コンクリート材料の特性として、柱やはりにおける帯鉄筋などの横拘束により、強度やじん性の増加がみられる。またコンクリートダムやプレストレストコンクリートの原子炉用圧力容器など、一方向の応力のみならず二方向あるいは三方向の応力を受けるコンクリート構造物は多々。このような条件でのコンクリートの変形と強度を十分的確に予測するには、多軸応力下のコンクリートの応力-ひずみ関係が必要となる。

そこで本研究においては、弾塑性理論を採用し、コンクリートの一般的な力学特性を把握するため、適切な構成モデルを確立し、その適用性を既往の実験結果と比較検討により明らかにすることを、目的としている。

2. コンクリートの構成モデル

コンクリートの応力-ひずみ関係を定式化するため、弾塑性理論に基づいた構成モデルを提案する。

それらは次のように書くことができる。

$$F = W \dot{f}_1^{2\alpha} - J_2 / R^2(\theta) = 0 \quad (1)$$

$$f_1 = J_2 / R^2(\theta) + \beta \dot{f}_1^{2\alpha} + k_1 \dot{f}_1^d = 0 \quad (2)$$

$$g_1 = J_2 / R^2(\theta) + \gamma \dot{f}_1^{2\alpha} + k_3 \dot{f}_1^d = 0 \quad (3)$$

$$f_2 = \dot{f}_1 + k_2 = 0 \quad (4)$$

$$g_2 = \dot{f}_1 + k_2 = 0 \quad (5)$$

ここに F は破壊関数、 f_1 , f_2 は降伏関数、 g_1 , g_2 は塑性ポテンシャル、 W , α , β , γ は材料定数である。

$H(\theta)$, $R(\theta)$ は次のように定義されている。¹⁾

$$H(\theta) = \{ 2r_c(r_c^2 - r_a^2) \cos \theta + r_c(2r_c - r_a) \{ 4(r_c^2 - r_a^2) \times \cos^2 \theta + 5r_a^2 - 4r_c r_a \}^{1/2} / \{ 4(r_c^2 - r_a^2) \times \cos^2 \theta + (r_c - r_a)^2 \} \} \quad (6)$$

$R(\theta)$ は式(6)において、 r_c を R_c に、 r_a を R_a に換えた形で表される。ここに r_c , R_c は三軸圧縮、 r_a , R_a は三軸伸張の時の値である。 θ は相似角で図2のように定められている。 $\dot{f}_1$ は応力 $\dot{f}_{ij}$ の不変量 ($\dot{f}_1 = \sqrt{3} \dot{f}_1$, $\dot{f}_1$: 一軸引張強度)、 J_2 は偏差応力 S_{ij} の2次不変量 ($J_2 = \frac{1}{2} S_{ij} S_{ij}$) である。 k_1 , k_2 , k_3 は硬化パラメータである。 $\dot{f}_1$ は硬化パラメータ速度は次のように仮定されている。²⁾

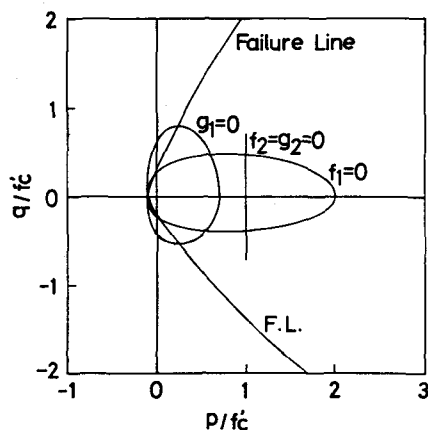


図1. 破壊関数, 降伏関数, 塑性ポテンシャル

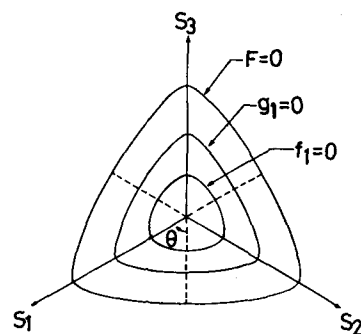


図2. 偏差平面上における破壊関数, 降伏関数, 塑性ポテンシャル

$$\dot{f}_1 = \phi_1 \dot{f}_{ij}^{(p)} / 3 + \phi_2 S_{ij} \dot{f}_{ij}^{(p)} \quad (7)$$

$$\dot{f}_2 = \psi_1 \dot{f}_{ij}^{(p)} / 3 \quad (8)$$

ここに $\dot{f}_{ij}^{(p)}$ は塑性ひずみ速度である。式(1), (2), (3), (4), (5)は図1において p - q 平面上に表され、図2において偏差平面上に表されている。ただし $p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / 3$, $q = \sqrt{3} \sigma_1$ である。

3. 応力-ひずみ関係

非関連流動則に基づく塑性域における応力-ひずみ関係は次のように書ける。²⁾

$$\dot{f}_{ij}^{(p)} = - \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} / \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \right) \quad (9)$$

ここに f , g , k は f_i , g_i , k_i ($i=1, 2$) を表すものとす

る。式(9)に式(2), (3)を代入すると次式を得る。ただし

ここで β 三軸圧縮, 三軸伸張のみを取扱うものとする。

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{(m)} = -\left(\frac{\dot{\gamma}}{R^{(m)}}\right) + \alpha(\beta \dot{\gamma}^{2m-1} - \frac{\dot{\gamma}}{R^{(m)}}) \dot{\gamma}_{ij} \times \left[\frac{\dot{\gamma}_{ij}}{R^{(m)}} + \alpha(\dot{\gamma} \dot{\gamma}_{ij}^{2m} - \frac{\dot{\gamma}}{R^{(m)}}) \dot{\gamma}_{ij}\right] \quad (10)$$

ここに $m = \phi_2 / \phi_1$ である。

式(9)に式(4), (5)を代入すると次式を得る。

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{(m)} = -\dot{\gamma} \delta_{ij} / (\psi_1 \dot{\gamma}_1) \quad (11)$$

4. 実験結果と数値解析の比較

既往の実験結果³⁾に基づいて次のように定めた。

$$\alpha = 0.8214, \beta = 0.0157, \gamma = 0.2085, W = 0.2169, t_c = R_c = 1.0, R_2 = 0.8110, R_1 = 0.6501, m = 0.0159$$

$$(\dot{\gamma}_1 \leq \dot{\gamma}_0 \text{ の場合}) \phi_1 = \phi_0 / (\dot{\gamma}_1 / \dot{\gamma}_0)^2, \psi_1 = \psi_0 (\dot{\gamma}_1 / \dot{\gamma}_0)^2$$

$$(\dot{\gamma}_1 > \dot{\gamma}_0 \text{ の場合}) \phi_1 = \phi_0, \psi_1 = \psi_0$$

$$\therefore \text{に, } \phi_0 = -48.7, \psi_0 = -43.9, \alpha = 1.22, \dot{\gamma}_0 / f_c' = 18.3$$

以上の式及び材料定数を用いて、以下に解析結果を示す。図3は一軸圧縮試験における体積ひずみ v , 軸方向ひずみ e_1 , 横方向ひずみ e_2 と q/f_c' の関係を示している。ここに f_c' は一軸圧縮強度である。図4は等二軸圧縮試験における v , e_1 , e_2 と q/f_c' の関係を示している。図3と図4の結果は文献3)の実験データと比較的良好一致している。しかし破壊近くでダイラタンシー特性までは十分に表現できていない。図5は三軸圧縮試験における軸方向ひずみ e_1 と応力比 q/f_c' の関係を示している。また、図中の数字はそれぞれの試験における拘束圧($\sigma_2 = \sigma_3$)を示すものである。なお、実験値は文献3)を引用している。拘束圧が5ksi以上の数値解析には、式(11)の影響が入っている。これは、 $f_2 = 0$ の初期降伏面が図1のように $P/f_c' = 1.0$ という仮定に基づいたものである。実験結果に見られるように、拘束圧の増加に伴って軸強度 q が増大している。このような現象を提案した構成モデルによって適切に表現し得ることが、実験データと数値解析結果との比較からわかる。

参考文献

- 1) K. J. Willam and Warnke E. P., 'Constitutive model for triaxial behavior of concrete', Seminar on Concrete Structures Subjected to Tri-axial Stresses, ISMES, Bergamo, Italy, 1974.
- 2) H. Hirai and M. Satake, 'Elastic-plastic constitutive models for the behavior of sand', Proc. of JSCE, 343, 255-265(1984).
- 3) Bazant, Z. P. and S. S. Kim, 'Plastic-Fracturing Theory for Concrete', Proc. ASCE, EM3, 407-428(1974)

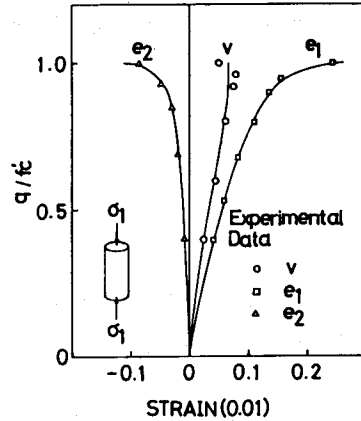


図3. 一軸圧縮試験におけるひずみと q/f_c' の関係

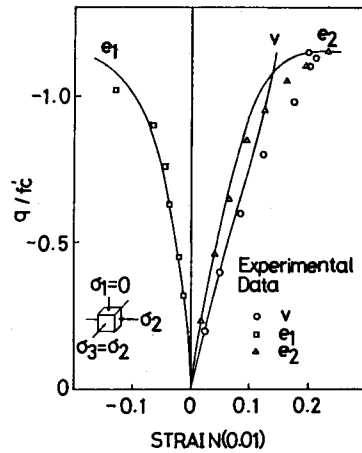


図4. 等二軸圧縮試験におけるひずみと q/f_c' の関係

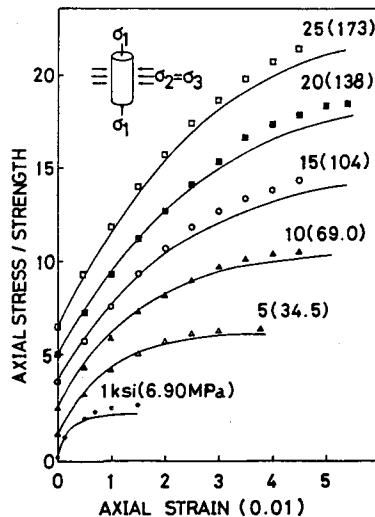


図5. 三軸圧縮試験における軸方向ひずみと q/f_c' の関係