

鉛直柱状体による波の散乱と波力

九州大学工学部 正員 吉田明徳

学生員 飯田典生

学生員 村上啓介

1. まえがき

造波水槽内に在る鉛直柱状体による波の散乱を、流体運動の速度ポテンシャル表示にハンケル関数を核とするグリーン公式を用い、水槽内に設けた仮想の境界面における反射波及び透過波の速度ポテンシャルをフーリエ級数展開して得られる境界条件式を用いて解析する方法を示す。これによって、一定水深の海域に、等間隔で直線状に配置された任意の断面形状の鉛直柱状体より成る柱体列による波の散乱が解析出来る事になる。しかも柱体列は一系列のみならず複列(各列ごとに断面形状は異なってよい)の柱体列についても、単に柱体境界での境界要素の座標を変更するのみで対応できる。

2. 理論解析

図-1に示すような一定水深 h の海域にある柱体列による波の散乱は $(-b \leq x \leq b)$ の帯状領域内での波の散乱が知れれば、それを $2b$ ごとに折り返したもので与えられる。帯状領域内の流体運動は、 $x = \pm b$ の直線が完全反射の直立壁より成る場合の流体運動と等価である。そこで、一定水深 h で、幅 $2b$ の造波水路内に柱体列と同じ断面形状を有する柱状体がついて、これに対し、角周波数 ω 、振幅 ζ_0 の規則波が入射する場合の水路内の流体運動を考える。

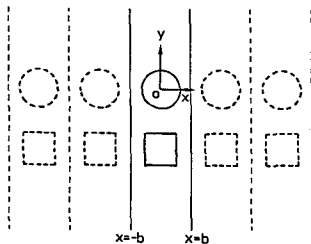


図-1 鉛直柱状体

流体運動の速度ポテンシャル $\phi(x, y, z; t)$ は次式で表わされる。

$$\phi(x, y, z; t) = (\zeta_0 \omega / g) \phi(x, y) Z(z) \exp(i\omega t) \quad (1)$$

ただし、 g は重力加速度、 $Z(z) = \cosh k(z+h) / \cosh kh$ で、 k は入射波の波数である。

また、関数 $\phi(x, y)$ は $\phi(x, y, z; t)$ が Laplace の方程式を

満足すべき事より、Helmholtz の方程式を満足すべき無次元の関数(ポテンシャル関数と呼ぶ事にする)である。

図-2に示すように、仮想の境界面 $A-B$ と $C-D$ を設けて流体域を、領域(0),(1),(2)の3領域に分割する。波向線に関して対称な断面形状を有する柱状体を取り扱うものとすると、流体運動は y 軸に関して対称となるから、 $(-b \leq x \leq 0)$ の領域は $(0 \leq x \leq b)$ の領域の鏡像とみなす事が出来る。

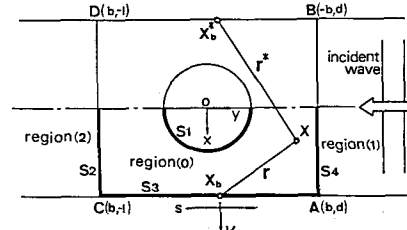


図-2 積分境界と鏡像

領域(0)の実像部分の境界線を、図-2に示すように S_1, S_2, S_3, S_4 とし、境界線に対する外向き法線を $\mathbf{n}$ とすると、領域(0)におけるポテンシャル関数 $\phi(x, y)$ は次式で表わす事が出来る¹⁾。

$$\phi(x) = -\frac{i}{\alpha} \int_{S_1+S_2+S_3+S_4} \left\{ \phi_0(x_0) \frac{\partial}{\partial n} G(x, r) - G(x, r) \frac{\partial}{\partial n} \phi_0(x_0) \right\} ds \quad (2)$$

ただし、 $G(x, r) = H_0^{(0)}(kr) + H_0^{(1)}(kr^*)$

領域(1)と(2)においては、ポテンシャル関数 $\phi(x, y)$ を、入射波のポテンシャル関数 $\exp(i\phi_0)$ と柱状体による散乱波のポテンシャル関数 $\phi(x, y)$ との和として次式で表わす事とする。

$$\phi(x, y) = \exp(i\phi_0) + \phi(x, y) \quad (3)$$

上式で、 $\phi(x, y)$ も Helmholtz の方程式を満足すべき関数である。

$\phi(x, y)$ が $\phi(x, y) = X(x) \cdot Y(y)$ の形の変数分離形で表わせるものと仮定し、水槽側壁での境界条件 $\partial\phi/\partial x = 0$ ($x = \pm b$)、及び $\phi(x, y)$ は領域(1)では y の正方向への反射波、領域(2)では y の負の方向への透過波を表わす

という条件のもとで解くと、領域(1), (2)に対しポテンシャル関数 ϕ_1, ϕ_2 はそれぞれ次式で表わされる。

$$\phi_1(x, y) = \exp(i\epsilon y) + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta_n(y)}{\beta_n(d)} \left\{ 2\epsilon \int_0^b \psi_n(s, d) \cos \frac{n\pi x}{b} ds \right\} \cos \frac{n\pi x}{b} \quad (4)$$

$$\phi_2(x, y) = \exp(i\epsilon y) + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\bar{\beta}_n(y)}{\bar{\beta}_n(l)} \left\{ 2\epsilon \int_0^b \psi_n(s, d) \cos \frac{n\pi x}{b} ds \right\} \cos \frac{n\pi x}{b} \quad (5)$$

ただし、 $\epsilon = 1/2$ ($n=0$), $=1$ ($n \neq 0$) で $\beta_n(y), \bar{\beta}_n(y)$ は次式で与えられる。

$$\beta_n(y) = \begin{cases} \exp(-i y \sqrt{\epsilon^2 - (n\pi/b)^2}) & (n \leq n^*) \\ \exp(-y \sqrt{(n\pi/b)^2 - \epsilon^2}) & (n > n^*) \end{cases}$$

$$\bar{\beta}_n(y) = \begin{cases} \exp(i y \sqrt{\epsilon^2 - (n\pi/b)^2}) & (n \leq n^*) \\ \exp(y \sqrt{(n\pi/b)^2 - \epsilon^2}) & (n > n^*) \end{cases}$$

n^* は $\epsilon > (n\pi/b)$ なる整数の最大値である。

水槽側壁 S3 および柱状体側壁 S1 における境界条件は $\partial\phi/\partial\nu = 0$ (6)

仮想境界 S4 および S2 における境界条件は、流体運動の連続性より次式を得る。

$$\{\phi = \phi_1, \partial\phi/\partial\nu = \partial\phi_1/\partial\nu\} \quad (y=d) \quad (7)$$

$$\{\phi = \phi_2, \partial\phi/\partial\nu = \partial\phi_2/\partial\nu\} \quad (y=-l) \quad (8)$$

境界を数個の小要素 ΔS_j に分割し、 ΔS_j は十分小さく、 ΔS_j 上では ϕ および法線微分 $\partial\phi/\partial\nu$ の値は一定とみなせるものとして(2)式を離散化し、それに(7), (8)式に(4), (5)式を代入して得られる境界条件式と(6)式の境界条件式とを用いて解く事により、境界要素上のポテンシャル関数 ϕ とその法線微分値 $\partial\phi/\partial\nu$ が決まる事になる。

3. 諸量の算定

任意点 (x, y) におけるポテンシャル関数 $\phi(x, y)$ は、領域(0)では(2)式を離散化した式で、領域(1), (2)では(5),

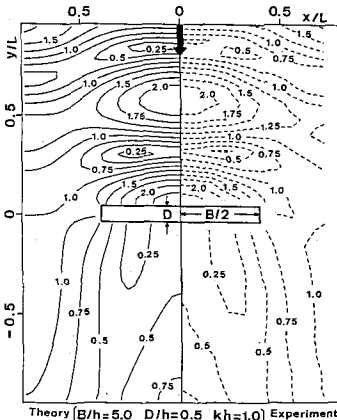


図-3 解析解と実験値の比較

(6)式で与えられ、入射波の振幅に対する任意点での振幅の比は $|\phi(x, y)|$ で与えられる。

柱状体に作用するy方向の合力 F_y は次式で算定される。

$$\frac{F_y}{\rho g \epsilon_0 h^2} = \frac{i \sinh \epsilon h}{\epsilon h \cosh \epsilon h} \left\{ 2 \sum_{j=1}^{N'} \phi_j(j) \Delta S_j \right\} \exp(i\epsilon x) \quad (9)$$

ただし、 ρ は流体密度、 N' は柱体上の要素数、 ΔS_j は要素 ΔS_j の x 方向の増分である。

4. 数値計算例と実験による検証

図-3は、 $kh=1.0$ の場合の矩形 (幅 $B=5h$, 高さ $D=0.5h$) 柱体近傍の波高分布で、実線で示したのが理論値、破線が実験値である。実験は平面水槽内を仕切って、幅4mの2次元水路を作り、水深 $h=40$ cm, 周期1.45秒, 入射波高4cmとし、格子間隔20cmの格子点上で波高を測定した。図はその測定値を用いて電算機によりコンターを描いたものである。この結果を見ると理論解と実験値は非常によく一致しており、解析法の妥当な事が確かめられた。図-4は図-3の理論解についての、柱体近傍の波高分布の鳥瞰図である。

5. あとがき

本文に示した解析法は、浮体列や没水柱体列による波の散乱の解析に容易に拡張可能で、例えば等間隔に配置された浮防波堤列や潜堤列による波の制御を考える際の理論解法として用いることが出来るものと考えられる。

参考文献

- 1) 吉田明徳 鳥越正美: 水槽側壁の影響を受ける模型港湾の副振動解析, 第31回海岸工学講演会論文集, 1984年11月

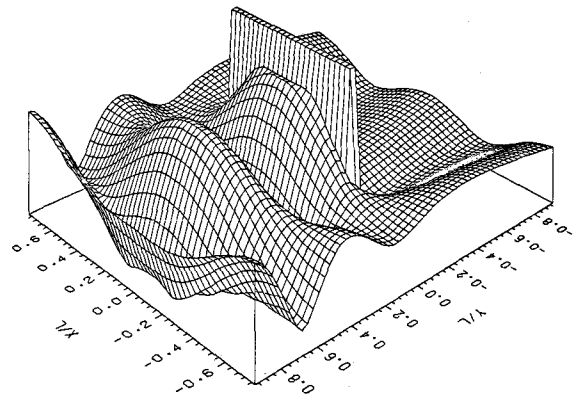


図-4 柱体近傍の波高分布鳥瞰図