

$$(5) \frac{d}{dx} \int_0^h E \cdot \bar{u} dz = E_b \cdot w_b - \int_0^h (-\rho \bar{u}' w') \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} dz$$

図より、 $\Omega = g \{ \sin \theta (x_0 - x) + \cos \theta \cdot z \} = g (z_0 + \cos \theta \cdot z)$ ただし $z_0 = (x_0 - x) \sin \theta$

また、 $p = \rho g \cos \theta \cdot (h - z)$ より

$$(6) E_b \cdot w_b = \rho g (\cos \theta \cdot h + z_0) w_b$$

左辺は

$$\begin{aligned} (7) \frac{d}{dx} \int_0^h E \cdot \bar{u} dz &= \frac{d}{dx} \int_0^h \left\{ \frac{\rho}{2} \bar{u}^2 + \rho g (\cos \theta \cdot z + z_0) + \bar{p} \right\} \bar{u} dz \\ &= \frac{d}{dx} \left[\frac{\rho}{2} \int_0^h \bar{u}^2 dz + \rho g (\cos \theta \cdot h + z_0) \int_0^h \bar{u} dz \right] \\ &= \frac{d}{dx} \left[\alpha \frac{\rho}{2} q v^2 + \rho g (\cos \theta \cdot h + z_0) \right] \end{aligned}$$

ここに、

$$q = \int_0^h \bar{u} dz = v h, \quad \alpha = \frac{1}{q v^2} \int_0^h \bar{u}^2 dz \quad (\text{エネルギー補正係数})$$

また、 $h r$ を損失水頭とすると、

$$(8) \frac{d h r}{dx} = \frac{1}{\rho g q} \int_0^h (-p \bar{u}' w') \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} dz = f' \frac{1}{h} \frac{v^2}{2g}$$

とおくと、結局、(5) 式は次となる。

$$(9) \frac{d}{dx} \left(\frac{\alpha v^2}{2g} + H \right) = \frac{H w_b}{q} - f' \frac{1}{h} \frac{v^2}{2g} \quad \text{ただし } H = \cos \theta \cdot h + z_0$$

これから表面流は流下にともなつて、 $\rho g H w_b$ のエネルギー（水頭では $H w_b / g$ ）を獲得していくことがわかる。 $\alpha \neq 1$ として、不等流の式を求める場合と類似の変形により、水面形の方程式が次のように得られる。

$$(10) \frac{dh}{dx} = \frac{\sin \theta - \frac{f' q^2}{2 g h^3} + \frac{H w_b}{q} - \frac{q w_b}{g h^2}}{\cos \theta - \frac{q^2}{g h^3}}$$

一方、連続の式から、

$$(11) \frac{dq}{dx} = w_b \quad \text{or} \quad q = \int_0^x w_b dx$$

いま、 f' として Chezy のものを用いて $f' = 2g / C^2$ とし、 $\cos \theta \approx 1$ 、 $\sin \theta \approx \tan \theta = i$ と近似すると、

$$(12) \frac{dh}{dx} = \frac{i - \frac{q^2}{C^2 h^3} + \frac{H w_b}{q} - \frac{q w_b}{g h^2}}{1 - \frac{q^2}{g h^3}}$$

よって、砂浜表面からの滲出速度 w_b の分布が得られれば(11)より各点での q が求められ、(12)式を数値的に解いて h が得られ、 $V = q/h$ より平均流速が得られることになり、砂の動きを議論することが可能となる。しかし、現地では滲出量が様でなく、表面流も流下するにつれ枝分れして拡がり、合流していくといった複雑な様相を呈しており、この効果をさらに考慮していく必要がある。さらに検討した結果などについては講演時に述べたい。