

入射波高の時間的変化に伴う砕波帯前後の平均水位変動に関する一考察

鹿児島大学工学部 正会員 佐藤 道郎

1. ま え が き

海岸に打ち寄せる波の波高が大きくなったり小さくなったりして時間的に変化する場合に平均水面の変動が生じる。波高変化に伴う平均水位変動の存在は Longuet-Higgins と Stewart (1962) により理論的に説明されたが、その後、Symonds et al. (1982) は砕波帯を含む岸に近い領域での現象について、波高変化に伴う wave setup の起点ならぬに水位上昇量の変化から水面変動が生じることを示し、理論を展開した。一方、著者は実験的に波高の時間変動によって生じる砕波帯付近の水位変動を調べたことがあった。そして、それが Symonds et al. の考え方で説明できるかを検討したことがあった。本文ではその概要について述べる。

2. Symonds et al. の考えによる理論

次元量にプライムをつけて表す。砕波帯内外で波周期ならぬに水深方向に平均化された運動量ならぬに連続の方程式は次のようになる。

$$(1) \frac{\partial U'}{\partial t'} + g \frac{\partial \xi'}{\partial x'} = -\frac{1}{\rho h'} \frac{\partial S_{xx}}{\partial x'} \quad (2) \frac{\partial \xi'}{\partial t'} + \frac{\partial (h' U')}{\partial x'} = 0 \quad \text{但し、} \quad (3) S_{xx} = \frac{3}{4} \rho g a'^2$$

U' : 平均流速, ξ' : 平均水位, h' : 水深, a' : 振幅 である。砕波帯内では a' は深さに比例するとして、一様勾配斜面について考えることとすると $(4) a' = r x' \tan \beta$, $r \approx 0.4$.

いま、 $x' = Xx$, $h' = x X \tan \beta$, $a' = r X \tan \beta \cdot a$, $\xi' = \frac{3}{2} r^2 X \tan \beta \cdot \xi$, $t' = t/\sigma$, $U' = \frac{3}{2} r^2 \sigma X U$, $\sigma = 2\pi/(\text{群の周期})$ として無次元化すると (1), (2) 式は次となる。

$$(5) X \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial \xi}{\partial x} = -\frac{1}{2x} \frac{\partial a^2}{\partial x}, \quad X = \frac{\sigma^2 X}{g \tan \beta} \quad (6) \frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial (xU)}{\partial x} = 0$$

Symonds et al. は波群の振幅の変化が正弦波動的であるとして計算を行った。一方、筆者が行った実験は波高の包絡線が矩形的に変化する場合であった。この場合に以下の計算も幾分簡単となってくる。

(5) 式の強制項は

$$(7) \frac{1}{2x} \frac{da^2}{dx} = \begin{cases} 1 & x < x_b(t) \\ 0 & x > x_b(t) \end{cases} \quad x_b: \text{砕波点}$$

となるが、 x_b は波高変化に伴って変わる。汀線から ($x=0$ から) 砕波点までの距離の最小値を x_1 , 最大値を x_2 とするとこの項は

$$\begin{cases} x < x_1 \text{ で、時間に関係なく } 1 \\ x_1 < x < x_2 \text{ で、群周期で与えられた振幅 } 1 \text{ のパルス} \\ x_2 < x \text{ で } 0 \end{cases}$$

ところで、 $x_1 < x < x_2$ で強制項をフーリエ級数に展開して次のように (7) 式は表される。

$$(8) \frac{1}{2x} \frac{da^2}{dx} = \begin{cases} 1 & x < x_1 \\ \frac{1}{2} + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{(2k-1)\pi} \cos(2k-1)t & x_1 < x < x_2 \\ 0 & x_2 < x \end{cases}$$

(8) 式を考慮して (5), (6) を解けばよい。

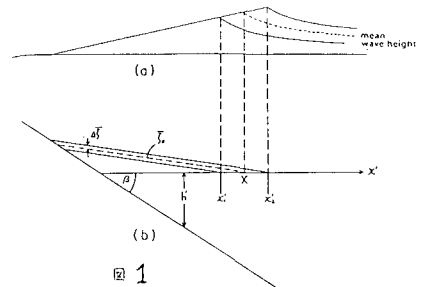
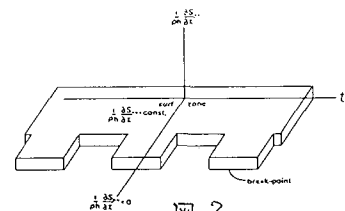


図 1



図・2

ξを

$$(9) \quad \xi = \sum_{m=0}^{\infty} \xi_m = \xi_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \xi_m = \xi_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \xi_m e^{im\pi} \quad \text{として}$$

として、(8)を考慮して(5)、(6)より x の各範囲について得られる方程式に代入して計算を行うと、まず、 ξ の平均値で時間変化に依存しない ξ_0 については次のように得られる。

$$(10) \quad \xi_0 = \begin{cases} 1-x & (x \leq x_1) \\ \frac{1}{2}(1+\Delta\alpha-x) & (x_1 < x < x_2) \\ 0 & (x_2 < x) \end{cases}$$

図3 $x_1 < x < x_2$ での強制項

ただし、 $\Delta\alpha = (x_2 - x_1)/2$ で表される波高変化に伴う碎波帯幅の変動幅で $0 < \Delta\alpha < 1$ である。 ξ_m については、 $x \rightarrow 0$ ならびに $x \rightarrow \infty$ で有界であること、さらに $x = x_1$ と x_2 で ξ_m と $\partial \xi_m / \partial x$ が連続の条件を考慮して得られる。

$$(11) \quad Z = 2x^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}} \quad \text{として}$$

$$(12) \quad f_Z(Z) = 2Z^2 J_0(Z) - Z(4-Z^2) J_1(Z)$$

図4 変動水位の平均値

$$(13) \quad f_Y(Z) = 2Z^2 Y_0(Z) - Z(4-Z^2) Y_1(Z)$$

ただし、 $J_0(Z)$ 、 $J_1(Z)$ はそれぞれ次数0と1の第1種円筒関数であり、 $Y_0(Z)$ 、 $Y_1(Z)$ は、それぞれ、次数0と1の第2種円筒関数を表す。この f_Z 、 f_Y を用いて、さらに(5)で導入された X によって ξ_m は以下のように表される。

まず、

$$(14) \quad x \leq x_1 \quad \xi_m = \frac{(-1)^{\frac{m-1}{2}}}{4m(m^2x)^{\frac{1}{2}}} \sqrt{\{f_Z(z_1) - f_Z(z_2)\}^2 + \{f_Y(z_1) - f_Y(z_2)\}^2} \cdot J_0(Z) \cos\left(mt - \tan^{-1} \frac{f_Y(z_1) - f_Y(z_2)}{f_Z(z_1) - f_Z(z_2)}\right)$$

$$(15) \quad x_1 < x \leq x_2 \quad \xi_m = \frac{(-1)^{\frac{m-1}{2}}}{4m(m^2x)^{\frac{1}{2}}} \sqrt{\{f_Z(z_1) - f_Z(z_2)\}^2 J_0^2(Z) + \left\{\frac{2}{\pi}(4-Z^2) + f_Z(z_1)Y_0(Z) - f_Y(z_2)J_0(Z)\right\}^2} \\ \times \cos\left(mt - \tan^{-1} \frac{\{f_Z(z_1) - f_Z(z_2)\} \cdot J_0(Z)}{\left\{\frac{2}{\pi}(4-Z^2) + f_Z(z_1)Y_0(Z) - f_Y(z_2)J_0(Z)\right\}}\right)$$

$$(16) \quad x \geq x_2 \quad \xi_m = \frac{(-1)^{\frac{m-1}{2}}}{4m(m^2x)^{\frac{1}{2}}} [f_Z(z_1) - f_Z(z_2)] \sqrt{J_0^2(Z) + Y_0^2(Z)} \cdot \cos\left(mt - \tan^{-1} \frac{J_0(Z)}{Y_0(Z)}\right)$$

3. 計算結果と実験の比較

既に得ている実験値と計算結果の比較例を図5に示した。計算にあたって碎波点 x_1 、 x_2 は合田による碎波指標の式を用いた。計算値は実験値よりも全般的に大きくなっており、適合性があまり良いとは言えない。理段階ではこの理由は明確でない。

