

浮流砂を考慮した砂河床の不安定解析

佐賀大学理工学部 ○正 員 渡辺 訓甫

佐賀大学理工学部 学正員 鶴田 芳昭

1. はじめに

椿ら^{1,2)}は、1次元解析法によって河床の安定を調べるに際し、sand wave 上の流れが一波長間で加速・減速を繰返していることを考慮して、不安定要因として①流速分布や河床せん断力が場所的に変化すること、及び②sand wave 上の砂移動が非平衡状態にあることを流れと河床との相互作用の中に導入し、掃流砂による2次元及び3次元の不安定性や sand wave の発生限界などについて検討している。しかしながら、沈降速度と摩擦速度との比 w_o/u_* が小さく浮流砂が卓越してくると sand wave の発生・発達を抑えられ、その発生領域に影響を与えるであろう。

本文は、上述の解析法に浮流砂の効果を考慮して不安定解析を行い、浮流砂が河床の安定性に及ぶ影響について調べたものである。

2. 河床不安定の基礎式

流速分布に2次式を仮定し、加速・減速の影響を取入れると、河床せん断応力は

$$\Psi = 1/\phi^2 \cdot [(1-\Delta_o/3)/(1-\Delta_o)]^2 \cdot u_m^2 / \text{sgd} \cdot [(1-\Delta/3)/(1-\Delta)] \quad (1)$$

となる。ここに、 u_m ：平均流速、 u_s ：表面流速、 Δ ：底面流速の velocity defect で等流時の値 Δ_o を中心に $\Delta = \Delta_o + a \cdot \partial h / \partial x$, $a=5$, $\phi = u_m / u_* = K (h/k_s)^\alpha$, $\alpha=1/6$ である。

sand wave 上を非平衡状態のもとに掃流されている流砂についての基礎式を、Einsteinのモデルに基づいて求める。浮流層から掃流層へ落下して掃流状態に入る粒子と、掃流状態から乱れに捕えられて浮遊する粒子の存在を考慮すると、非平衡状態における掃流砂の連続の式は、

$$\partial q_B / \partial x = p \cdot \sqrt{\text{sgd}} \cdot A_2 / A_1 A_2 \cdot (1-P) / \lambda_1 \cdot d \cdot q_B + q_{sd} - q_{su} \quad (2)$$

ここに、 A_1, A_2, A_3 ：常数、 $\lambda_1=100$, P ：砂粒の移動確率、 q_B ：掃流砂量。また、浮流層から掃流層へ落下する単位面積、単位時間あたりの砂の量 q_{sd} 、及び掃流層から浮流層へ浮上する単位面積、単位時間あたりの砂の量 q_{su} については浮流限界点濃度に対する平野³⁾のモデルを利用して、

$$q_{sd} = C_* \int_{u_{B0}}^{\infty} (v' + w_o) f(v') dv' = w_o C_* [\phi(\sigma) + 1 - F(\sigma)] \quad (3)$$

$$q_{su} = C_B \int_{u_{B0}}^{\infty} (v' - w_o) f(v') dv' = w_o C_B [\phi(\sigma) - F(\sigma)] \quad (4)$$

とする。ここに、 $\phi(\sigma) = (1/\sqrt{2\pi}) \int_0^\sigma \exp(-t^2/2) dt$, $F(\sigma) = \int_0^\sigma (1/2\pi) \cdot \exp(-t^2/2) dt$, $\sigma = w_o/0.93u_*$ である。

C_* は浮流砂量 q_s に関連付けて、 $C_* = \mu C_m = \mu q_s / u_h$ とし、 q_s の式としては濃度に指数分布を仮定した式形を用いると⁴⁾、式(2)は

$$\frac{\lambda_1 d}{A_*} \frac{\partial \Phi_B}{\partial x} = P \frac{\Phi_B}{A_*} (1-P) + \frac{\lambda_1 d}{A_*} \Phi_B \frac{w_o}{u_*} \cdot \left[\frac{\mu R_s}{h \phi} [\phi(\sigma) + 1 - F(\sigma)] - \frac{\sqrt{\phi/\phi_o}}{\phi_1 a_B} [\phi(\sigma) - F(\sigma)] \right] \quad (5)$$

となる。ここに、 $A_*=1/10$, a_B ：浮流限界点高さ、 $R_s=q_s/q_B$ であって、右辺第3項が浮流砂の効果を表わし、 w_o/u_* が大きくなると急速に0に近づく。なお、 μ の値は w_o/u_* で変化するが、後の計算では平均の w_o/u_* に対する値 $\mu=3.5$ を用いている。

次、勾配 S_o なる平均河床から測った河床高 z については、空隙率を λ として、次式

$$\partial z / \partial t + 1/(1-\lambda) \cdot \partial q_T / \partial x = 0, \quad q_T = q_B \cdot (1+R_s) \quad (6)$$

が成立する流れの運動方程式と連続の式は、

$$\partial u_m / \partial t + u_m \cdot \partial u_m / \partial x = g S_o - g \cdot \partial(h+z) / \partial x - \tau_b / \rho h \quad (7)$$

$$\partial h / \partial t + \partial(u_m h) / \partial x = 0 \quad (8)$$

で与えられ、式(5)～(8)が河床の安定・不安定を決める基礎式である。

3. 河床の安定方程式

前節の諸量を平均値とそれからの偏りに分けて

$$h=h_0(1+\eta), u_m=u_{m0}(1+u'), \Phi_B=\Phi_{B0}(1+\phi'), \Psi=\Psi_0(1+\psi'), P=P_0(1+P') \quad (9)$$

とおく。微小振幅波とし、変動成分を $\eta=\eta_0 \exp(\gamma T + i\beta)$ の様におくと、若干の計算の後、式(5)～(8)より $\gamma(=\gamma_1 + i\gamma_2)$ の実数部 γ_1 と虚数部 γ_2 が次の様に得られる。以下、添字 0 は平衡状態の量を表わす。

$$\gamma_1 = \beta^2 (1+R_{s0}) / (1-F_r^2) (1+\beta^2 E^2) \cdot [M\{q\alpha - (2+\alpha)E\} - ER_{s0} \Theta E \Lambda] \quad (10)$$

$$-\gamma_2 / \beta = 1 / (1-F_r^2) (1+\beta^2 E^2) \cdot [(1+R_{s0}) \{M(\beta^2 E q \alpha + 2 + \alpha) + ER_{s0} \Theta \Lambda\} + R_{s0} \Omega \alpha (1+\beta^2 E^2)] \quad (11)$$

$$E = \lambda_1 d / h_0 \cdot (1 + \Phi_{B0} / A_s), q = 4/3 \cdot 1 / (1 - \Delta_0) (1 - \Delta_0 / 3), F_r^2 = u_{m0}^2 / g h_0.$$

$$\Theta = (w_0 / u_* \cdot) \cdot \mu / \phi_{*0} \cdot [\phi_0(\sigma) + 1 - F_0(\sigma)], M = 3/2 \cdot \Psi_{e0} / (\Psi_{e0} - \Psi_e)$$

$$\Lambda = 1 + \alpha / 2 + \Omega \alpha, \Omega = 1/2 + \phi_0 / z_s I_0 \cdot \exp(Z_s \xi_B) \cdot [\exp(-Z_s) - \exp(-Z_s \xi_B)]$$

式(10)の表示において、 $\gamma_1 > 0$ の時には河床は不安定である。一方、攪乱の進行速度は $\omega = -\gamma_2 / \beta$ で与えられる。式(11)の [] は流れの殆ど全領域で正であって、常流 ($F_r < 0$) では $-\gamma_2 / \beta > 0$ すなわち波の進向方向は流れ方向で、Dune, Ripple に対応し、射流 ($F_r > 1$) の場合は $-\gamma_2 / \beta < 0$ となり流れと逆の方向、Anti-dune に対応することになる。従って、式(10)より安定・不安定領域を求め $\Psi_0 \sim F_r$ 紙上に示すと図-1の様になり、Dune, Ripple から Flat bet へ遷移する境界、及び Flat bet と Anti-dune との境界が得られる。

河床の不安定性は掃流砂のみの場合は流速分布、せん断応力の変形を表わすパラメータ a 及び流砂の非平衡性を表わすパラメータ E に規定されるが、 w_0 / u_* の値が小さい場合は、砂粒子の浮流化を示すパラメータ R_{s0} が安定化の方向へ作用して、掃流砂のみの場合は Dune, Ripple 型の不安定領域の一部が安定な Flat bet となる。

Dune, Ripple と Anti-dune の境界は w_0 / u_* と流速係数 ϕ_0 の値で変化するが、実験資料の w_0 / u_* は 0.2 程度、また ϕ_0 は ripple で 10, Flat bet で 20 の程度であるから $w_0 / u_* = 0.1, 0.2$ 及び 1.0 (掃流砂のみの場合と一致)、 $\phi_0 = 15$ に対応する計算結果が示されている。しかし、Flat bet, Anti-dune の境界は掃流砂のみの場合と同様に、 $F_r = 1$ で示され、実験結果もうまく説明できない。領域区分法も含めて今後に残された研討課題である。図中に示した資料は Willis ら、及び Laursen の実験結果である。

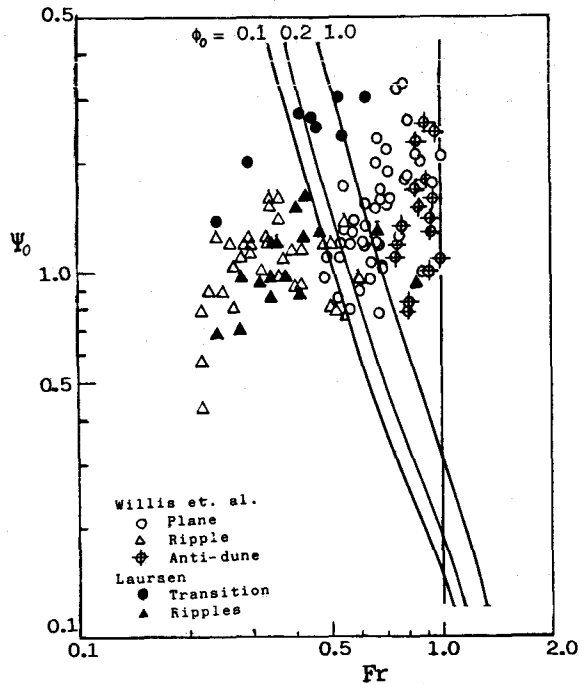


図-1 Sand Wave の発生限界

参考文献

- 1) 椿・斎藤：流れによる Sand Wave の発生限界について，九大工学集報(1966)。
- 2) 椿・渡辺：砂 堆の形成について，九大工学集報(1972)。
- 3) 平野：浮流砂の流入による貯水池の堆砂過程，九大工学集報，(1970)。
- 4) WATANABE: Suspended Load Discharge in Open Channels with Flat Sand Bed, 4-th APD-IAHR(1984)。