

乱れの高波数領域におけるスペクトル特性について(II)

九州大学工学部 正員 ○小松 利光

九州大学工学部 正員 柴田 敏彦

九州大学大学院 学生員 松本 泰司

1. まえがき 乱れの波数空間において、その中・高波数帯に局所等方性とみなされる平衡領域が存在し、慣性領域ではスペクトルの $-5/3$ 乗則が成立することが良く知られている。粘性域については、椿・小松^{2,3)}が提唱した $-13/3$ 乗則がいくつかの室内実験^{2,3,4)}と野外観測⁵⁾で成立することが報告されている。また筆者ら⁶⁾は、中程度の乱流 Reynolds 数 $Re_t (= 20.8 \sim 218)$ をもつ乱れの測定を室内実験で行ない、従来の多くの研究者による乱れのスペクトルのデータを含めて整理し、粘性域の $-13/3$ 乗則のスペクトル定数 A_{vis} と慣性域の $-5/3$ 乗則のスペクトル定数 A_{in} の間の一義的な関係を与えている。しかし、乱れのスペクトルのさらに高波数側における挙動は明らかではなかった。そこで今回、スペクトルの高波数側のみに着目し、さらに Re_t の小さな乱れの測定を格子乱流を用いて行ない、 $S-N$ 比の高い精度良いスペクトルから粘性域のスペクトル定数を決定した。

2. 実験方法とデータ解析 流速の測定は、検出部の大きさが非常に小さい (0.5mm) 1 方向 conical type hot film probe と、2 方向 V-shaped hot film probe を用いた。2 方向 probe については検出部を鉛直にセットし乱れ u, w を測定し、軸方向に 90° 検出部を回転させて乱れ u, v を測定した。流れは開水路の一樣流速分布の流れの中に格子を置いた格子乱流で、測線は流水断面中央部、測点は流れ方向にとった。また格子のメッシュ間隔を変えることにより、実験 I ($Re_t = 32.4 \sim 124$) と、さらに Re_t の小さい実験 II ($Re_t = 15.7 \sim 42.5$) を行なった。実験条件を表-1に示す。この一連の実験では前報において報告されたように、データの $S-N$ 比を高めるため、平均流速を求めるためのデータ (a) と乱れの成分を精度良く求めるためのデータ (b)、そして high-pass filter を用いてエネルギーレベルの低い高波数成分だけを取り出すデータ (c) とに分けて収録し、(b) と (c) のデータから得られたスペクトルを両者が一致する領域で連結することにより高精度のスペクトルが得られた。なお、スペクトルは FFT 法で計算し、サンプリング間隔は実験 I, II でそれぞれ $\Delta t = 1/375, 1/750\text{s}$ 、データ個数はそれぞれ $N = 16384, 32768$ 個で AD 変換された。

3. 実験結果とその考察 得られた u -変動のスペクトルの 1 例を図-1に示す。慣性域の $-5/3$ 乗則と粘性域の $-13/3$ 乗則、そしてさらに高波数側は Heisenberg⁷⁾ の -7 乗則が成立している。しかし、 Re_t の小さな流れのため乱れの生成域と慣性域は接近し、慣性域の $-5/3$ 乗則が成立する範囲は非常に小さい。

ところで、スペクトル定数を決定するためには粘性散逸率 ε を精度良く算出しなければならない。 ε の算出法はいくつかあるが、ここでは、乱れエネルギー $\frac{1}{2}C^2 (= \frac{1}{2}(\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2}))$ に関する輸送方程式を開水路の等流にあてはめた式

$$U \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} C^2 \right) = - \frac{d}{dx} \left\{ U \left(\frac{1}{2} C^2 \right) \right\} - \varepsilon \quad (1)$$

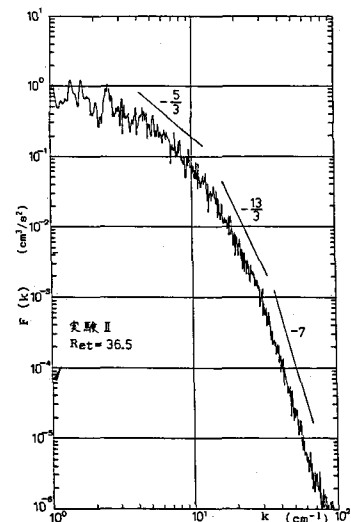
(U = 平均流速) より、 ε を求める。乱れエネルギーの算出は、

$$\frac{1}{2} C^2 = \frac{1}{2} (\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2}) = \frac{1}{2} \overline{u^2} \left\{ 1 + \frac{\overline{v^2}}{\overline{u^2}} + \frac{\overline{w^2}}{\overline{u^2}} \right\} \quad (2)$$

とし、同じ測点における $\overline{v^2}/\overline{u^2}$, $\overline{w^2}/\overline{u^2}$ の値を(2)式に代入し、各測定の $\overline{u^2}$ の値を用いて行なった。しかし、格子の極近傍と乱れエネルギーの減衰が非常に小さな点で ε の算出の精度が低くなるため、これらの点は除かれなければならない。

表-1 実験条件

実験 I	水路幅 15 cm, 水深 11.8, 12.8 cm, 断面平均流速 $\bar{U} = 8.5 \sim 12\text{ cm/s}$ 格子メッシュ間隔 2.5 cm, 幅厚 0.5 cm, 偏縁
実験 II	水路幅 17.5 cm, 水深 15.0 ~ 16.3 cm, $\bar{U} = 13.4 \sim 22.0\text{ cm/s}$ 格子メッシュ間隔 1.6 cm, 直径 0.3 cm, 丸縁

図-1 u -変動のスペクトル

粘性域の $-13/3$ 乗則は次式で表わされる。

$$F(\kappa) = A_{13/3} \varepsilon^{4/3} \kappa^{-13/3} \quad (3)$$

スペクトル図の $-13/3$ 乗則の成り立つ部分のデータから1つのスペクトルにつき1点の κ と $F(\kappa)$ を読み取り $\kappa^{13/3} F(\kappa)$ を計算し、各測点毎の ε に対してプロットしたのが図-2である。両対数グラフにおいて勾配 $4/3$ の直線を示しており、式(3)の妥当性が確かめられる。 $\varepsilon = 1$ のときの値から $-13/3$ 乗則のスペクトル定数 $A_{13/3} = 0.0072$ が得られる。

今回の実験により、粘性域では $-13/3$ 乗則に続いて -7 乗則が成立することが明らかとなった。 -7 乗則は次式で表わされる。

$$F(\kappa) = A_7 \varepsilon^2 \kappa^{-7} \quad (4)$$

(3)式を用いて、 χ_1 を次のように定義する。

$$\chi_1 = (A_{13/3})^{3/4} \varepsilon = \{\kappa^{13/3} F(\kappa)\}^{3/4} \quad (5)$$

χ_1 の値は上述と同様にして各測点毎に求めることができる。一方、(4)式を変形し、 ε の代わりに χ_1 を用いて表わすと次のようになる。

$$\kappa^7 F(\kappa) = A_7 \varepsilon^2 = \{A_7 / (A_{13/3})^{3/2}\} \chi_1^2 \quad (6)$$

各スペクトル図の -7 乗則の成り立つ部分のデータから1点の κ と $F(\kappa)$ を読み取り $\kappa^7 F(\kappa)$ を求め、 χ_1 に対してプロットしたのが図-3である。両対数グラフにおいて勾配 2 の直線を示しており、 $\chi_1 = 1$ のときの値より

$$A_7 = 2.5 (A_{13/3})^{3/2} \quad (7)$$

が得られ、 $A_{13/3}$ と A_7 の間の一義的な関係が求まる。

また、各スペクトル毎の $\kappa^7 F(\kappa)$ を ε に対してプロットしたのが図-4である。両対数グラフにおいて勾配 2 の直線を示しており、式(4)の妥当性が確かめられる。 $\varepsilon = 1$ のときの値から、 -7 乗則のスペクトル定数 $A_7 = 0.0015$ が得られる。(7)式に $A_{13/3} = 0.0072$ を代入すると $A_7 = 0.0015$ となり、これらのスペクトル定数は(7)式を満足している。さらに、 $A_{13/3}$ と $A_{5/3}$ の間の一義的な関係⁷⁾

$$A_{13/3} = 0.032 (A_{5/3})^2 \quad (8)$$

に $A_{13/3} = 0.0072$ を代入すると $A_{5/3} = 0.47$ が得られる。この値は従来の研究における値とよく一致する。

4. 結論 Re_τ の小さい流れにおける実験から粘性域の $-13/3$ 乗則のスペクトル定数と -7 乗則のスペクトル定数を決定した。さらに $A_{13/3}$ と $A_{5/3}$ の間の関係式を用いて慣性域の $-5/3$ 乗則のスペクトル定数を決定した。今後は、 v, w のスペクトルについても検討を加え、乱れの局所等方向性について考察していく予定である。

参考文献

- 橋本一郎・小松利光：土木学会論文報告集，No.268(1977)
- 小松・橋：九大工学集報，第50巻第4号(1977)
- 橋・小松・下田：第25回水理講演会論文集(1991)
- 加藤・中野・池田：第29回海岸講演会論文集(1982)
- 鶴谷・中野・一：第31回海岸講演会論文集(1984)
- Komatsu, T., T. Shibata & Y. Matsumoto: Proc. of Int. Symp. on Refined Flow Modelling and Turbulence Meas., D-25, Iowa City (1985)
- 小松・柴田・松本：第30回水理講演会論文集(1986)
- Hansen, W.: Z. Physik., Vol. 124 (1948)

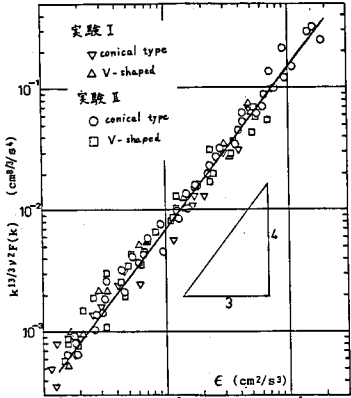


図-2 ε と $\kappa^{13/3} F(\kappa)$ の関係

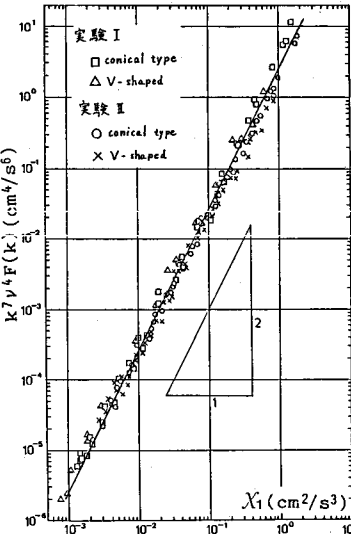


図-3 χ_1 と $\kappa^7 F(\kappa)$ の関係

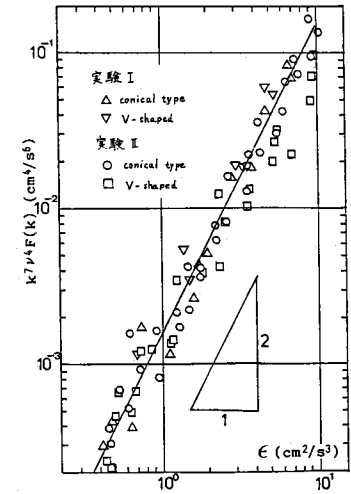


図-4 ε と $\kappa^7 F(\kappa)$ の関係