土木学会西部支部研究発表会(1986.3)

センサ情報を用いた配水管網の水需要推定に関する一試案

九州大学工学部　○学生員　土井　敬介
九州大学工学部　　正　員　河村　　明
九州大学工学部　　正　員　神野　健二
九州大学工学部　　正　員　上田　年比古

1．はじめに

近年、都市の上水道の配水システムが大規模・複雑化するに伴い、配水の最適運用を行うことが困難となってきている。さて、配水の最適運用を行うには、水圧分布の適正化を図り、漏水量を抑制すると同時に需要者への供給水圧を確保しなければならないがこの場合、配水管網内の各節点での需要量の推定を精度よく行い、管路流量、水圧を正しく把握することが必要となる。ここでは、まず配水管網内の主要管路の流量および水圧が時々刻々センサ情報として計測されるとして、これらを利用して非定常の需要量をカルマンフィルター理論を用いて推定し、これより未知の管路流量と水圧を推定してゆく手法を提案する。次に、予め需要量、管路流量、水圧を模擬発生させた配水管網に本手法を適用して、計算結果の検討により本手法の妥当性、有効性の考察を行った。

2．計算手法

配水管網の基礎方程式として、各節点における連続式と、各管路における水頭損失式とがあり、常に流量連続条件と水頭閉合条件が満足されなければならない。すなわち、任意の節点iにおける連続式 ： $\Sigma Q_{ij}(k)=-q_i(k)$ ・・・(1)、と任意の２節点i,j間の管路についての水頭損失式としてHazen-Williamsの式 ： $H_i(k)-H_j(k)=r_{ij}^{-1/\alpha}\cdot|Q_{ij}(k)|^{1/\alpha-1}\cdot Q_{ij}(k)$ ・・・(2) を満足しなければならない[1]。ここで、k：時点、Q_{ij}：節点iからjに流れる流量(m^3/s)、q_i：節点iにおける需要量(m^3/s)、H_i,H_j：節点i,jにおける水頭(m)、α：定数で0.54、r_{ij}は管路固有の定数で、$r_{ij}=0.27853C_{ij}D_{ij}\ell_{ij}(m^{2.46}s^{-1})$ ・・・(3)、ここで、C_{ij},D_{ij},ℓ_{ij}はそれぞれ節点i,j間の管路の流速係数($m^{0.37}s^{-1}$)、管径(m)、管路長(m)。さて、カルマンフィルター理論は線形推定理論であるため、本理論を適応するにあたっては基礎方程式のうちQについて非線形である水頭損失式(2)を線形化する、すなわち式(2)をTaylor展開し１次の項までとると、$H_i(k+1)-H_j(k+1)-f_{ij}(k)\cdot Q_{ij}(k+1)=H_i(k)-H_j(k)-f_{ij}(k)\cdot Q_{ij}(k)$ ・・・(4) となる。ここで、$f_{ij}(k)=(1/\alpha)r_{ij}^{-1/\alpha}\cdot|Q_{ij}(k)|^{1/\alpha-1}$である。この線形化した水頭損失式を管網内のすべての管路に、また連続式をすべての節点に対してたてる。ここで、管網内の総節点数をn_1個、総管路数をn_2個、外部流入量数をn_3個とする。なお、各節点における需要量は、何らかの関数式(例えば、周期関数や自己回帰式など)で与え、それに含まれるパラメーターをカルマンフィルター理論の状態量として同定することにより推定されるとすると、未知数は各管路流量と各節点の水頭、および外部流入量の計($n_1+n_2+n_3$)個となる。一方、方程式は式(1)と式(4)でその数は、(n_1+n_2)個であるので、未知数の数が方程式の数に比べてn_3個だけ多くなる。したがって、n_3個の未知数が何らかの方法で定まらない限り配水管網の流れは一意に決まらないことになる。そこで、管路流量、水頭および外部流入量のうちn_3個を管網の流れが一意に決まるように、需要量と同様関数式として与え、それに含まれるパラメーターもカルマンフィルターで同定することによりn_3個の未知数を推定する。パラメーターの同定方法は、状態方程式 ：$x(k+1)=\Phi(k)\cdot x(k)+u(k)$ ・・・(5)と観測方程式 ： $y(k)=H(k)\cdot x(k)+F(k)+w(k)$ ・・・(6)、（ここで、x:状態量ベクトル、Φ:遷移行列、u:システム雑音、y:観測ベクトル、H:観測行列、F:定数行列、w:観測雑音）より求められる１時点先の流量や水頭の予測値と、センサ情報として実際に計測される流量および水頭とのズレ（イノベーションと呼ばれる)をフィードバックしてカルマンフィルター理論によりパラメーターを修正する。

3．適用例とその考察

2.で述べた手法を図-1のような配水管網モデルに適用することを考える。この場合、$n_1=4, n_2=5, n_3=2$であり、まず需要量q_1~q_4および$n_3=2$個分の流量、水頭としてQ_{01}, H_1を次式の確率的周期関数で336時点模擬発生させた。例えば、$q_i(k)=M_{i1}+a_{i1}\sin 2\pi f_{i1}k+b_{i1}\cos 2\pi f_{i1}k+a_{i2}\sin 2\pi f_{i2}k+b_{i2}\cos 2\pi f_{i2}k+u_i(k)$ ・・・(7) ここに、u_i ： $N(0,\sigma_i^2)$の正規乱数。例えば、$[M_{11}\ a_{11}\ b_{11}\ a_{12}\ b_{12}]=[0.05\ 0.01\ 0.004\ 0.006$

0.002]、σ_1=0.008である。次に、各時点毎にHardy-Cross法により流量連続条件と水頭閉合条件を満足するように各管路流量および水頭を計算した。このようにして得られた各値を流量、水頭の真値とする。これらの値の一部を図-2の棒グラフとして示している。ここでは、流入量Q_{02}、流量Q_{12},Q_{34}、水頭H_3がセンサ情報として時々刻々計測されるものとする。ここで、式(7)の周波数成分f_iは既知として、平均値M_iとf_iに対する振幅a_i,b_iを同定すべきパラメーターとする。この例題の場合、q_1~q_4,Q_{01},H_1に対する平均値と振幅とからなるパラメーターを式(5),(6)のx(30次元のベクトル)とし、式(6)のy=$[Q_{02},Q_{12},Q_{34},H_3]^T$である。以上のようにして、需要量、流入量、流量および水頭の推定を行った結果の一部を図-2に示す。図-2(a)~(c)より、需要量、管路流量、外部流入量の推定値は真値の変動の傾向を大むねよく表わしている。この図以外の需要量、管路流量、外部流入量も、この図と同様の精度となっていた。次に、図-2(d)より水頭H_3は非常に精度よく推定されている。H_3の真値はセンサ情報として観測される値であり、推定値はカルマンフィルターより同定されたパラメーターより計算したH_3の値であるが、センサ情報として観測されないH_3以外の水頭の推定値もこの図と同様、精度よく推定されていた。なお、図-2(a)~(c)の推定誤差は、図-2(d)のそれとオーダ的に同程度である。各パラメーターの最終同定値も同様のオーダで真値を精度よく同定できたことを確認した。また、カルマンフィルターによりパラメーターを同定する場合、パラメーターの初期値やセンサ情報の観測雑音の分散の見積りの違いが、各値の推定精度にかなり影響を及ぼすようであるので、これらの値の精度よい見積りが重要であると考えられる。さらに、推定誤差の原因として、式(2)の線形化に伴うTaylor展開の2次項以降の切り捨てによる誤差が考えられるが、これについては今後検討してゆくつもりである。

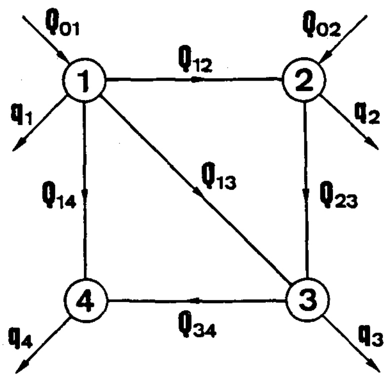

図-1　管　網　図

4．むすび

以上のように、カルマンフィルター理論を適用することにより、センサ情報を利用して配水管網の各節点における水需要量推定および流量、水頭の推定がオンラインで精度よく行うことが可能であると考える。

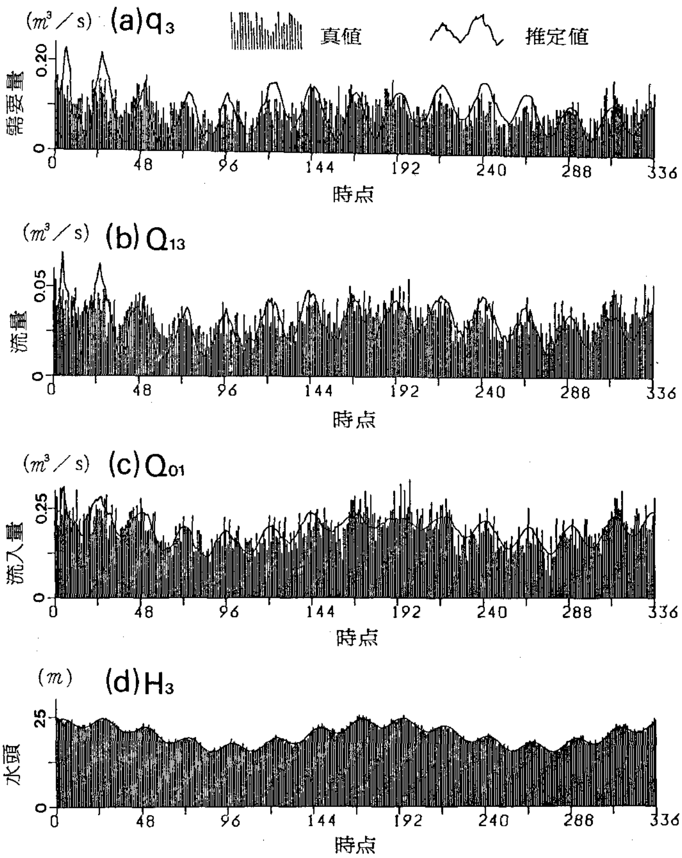

図-2　需要量、流量、流入量および水頭の真値と推定値

参考文献

1) 綾　日出教：「配水施設のシミュレーション（I）」、水道協会雑誌、第559号、昭和56年4月