

有限要素法による各種基礎の水平方向地盤反力の算定

九州大学 工学部 正員 小 坪 清 真
 九州工業大学 正員 ○高 西 照 彦
 九州大学 工学部 正員 成 富 勝
 九州工業大学 多 田 浩

1. まえがき 杭基礎あるいは脚付きケーソン基礎等の地震応答解析を行う場合には、そのフーチングの地盤反力の振動数特性を正確に見積もることが重要である。フーチングは一般に、直方体を有しているが、直方体に対する水平方向の地盤反力を理論的に求めることは困難であることから、これを水平断面の面積が等しい円筒に置換して取り扱うという方法が広く採用されている。しかし、その方法の理論的な妥当性に関しては、現在までほとんど検討されていないようである。本論は、半無限要素を含む有限要素解析法を用いて、無限地盤中に存在する長方形および円形断面を有する無限柱に対する軸直角方向の地盤反力の振動数特性を求め、両者の特性を比較することによって直方体基礎に対する等価な円筒形基礎の直径を合理的に定める方法について一つの提案を行ったものである。(a) 円形基礎

2. 半無限要素 有限要素法を用いて無限領域を対象とした波動現象を取り扱うにはLysmerの方法(有限な境界に粘性減衰器を設置する方法), Smithの方法(有限境界において反射波および透過波を適当に重ね合わせて反射波の振幅を理論的に0にする方法), Zienkiewiczの方法(半無限要素を用いる方法)等がある。Zienkiewicz は自身が提案した方法を無限領域の流体の波動伝播問題の解析に適用して成功を取めている⁽¹⁾が、この方法を直ちに地盤の波動問題の解析に適用することはできない。本論ではZienkiewicz の方法を少し拡張し、地盤の波動問題の解析に適用できるようにして、各種基礎の水平方向地盤反力の振動数特性を求めた。(b) 長方形基礎

半無限要素としては図-2(a) に示すような9節点18自由度の半無限要素を用い、これを同図(b) に示すように極座標に変換した。図-2(b) 上の内挿関数(後に示す)をもちいて半無限要素の質量および剛性行列を求め、それを通常の有限要素と全く同様に取り扱って全体系の質量および剛性行列中に組込んで全体系の行列を構成した。半無限要素の内挿関数は次の通りである。時間項を省略して、 u_r, u_θ を要素の r および θ 方向の変位、 $U_{ir}, U_{i\theta}$ を節点 i の変位とすれば、

$$\{U_{ir}, U_{i\theta}\}^T = \{f_{i1}, f_{i2}, f_{i3}, f_{i4}, \dots, f_{i18}\} \{U_{1r}, U_{1\theta}, \dots, U_{9r}, U_{9\theta}\}^T \quad (1)$$

$$f_{ij} = \begin{bmatrix} N_{ij}^r & 0 \\ 0 & N_{ij}^\theta \end{bmatrix}, \quad N_{ij}^r = L_i^r M_j, \quad N_{ij}^\theta = L_i^\theta M_j \quad (2)$$

$$L_1^r = \{(2-\xi)/2\} \exp\{-\gamma_0(1/l_1 + i)\xi\}, \quad M_1 = (\eta^2 - \eta)/2, \quad M_2 = 1 - \eta^2,$$

$$L_2^r = (\xi/2) \exp\{\gamma_0(1/l_1 + i)(2-\xi)\}, \quad M_3 = (\eta^2 + \eta)/2,$$

$$L_3^r = 1 - L_1^r - L_2^r, \quad L_i^\theta \text{ は } L_i^r \text{ において } q \text{ を } s, \quad l_1 \text{ を } l_2 \text{ に置き換}$$

えればよい。ここに、 l_1, l_2 は波動エネルギー逸散に関する定数、 q, s は縦波および横波の波数、 r_0 は図-3に示す円形領域の境界半径である。

上式において $\exp(-qr_0 \xi/l_1)$ および $\exp(-sr_0 \xi/l_2)$ が波動の逸散減衰を表す項である。

3. 数値計算 図-2(a) の半無限要素に対する内挿関数としては、それぞれ ξ については0, ξ_1, ξ_2, η については-1, 0, 1を通る2次式を用いた。さらに、図-2(b) において $\theta_1 = \theta_4 = \theta_7, \theta_2 = \theta_5 = \theta_8, \theta_3 = \theta_6 = \theta_9, r_1 = r_2 = r_3 = R_1, r_4 = r_5 = r_6 = R_2, r_7 = r_8 = r_9 = R_3$ とし、 ξ_2, ξ_3 として $\xi_2 = 2, \xi_3 = 50$ を

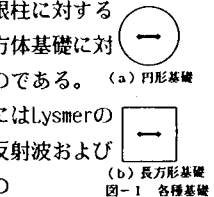


図-1 各種基礎

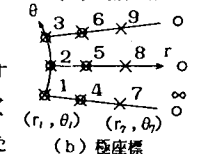
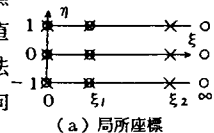


図-2 半無限要素

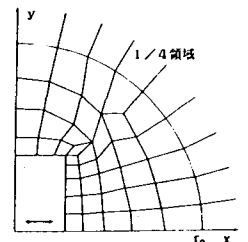


図-3 要素分割

選べば、 (ξ, η) 座標と (r, θ) 座標の関係は $r = (\xi - 2)(\xi - 50)$
 $R_1 / 100 - \xi \cdot (\xi - 50) R_2 / 96 + \xi \cdot (\xi - 2) R_3 / 2400$, $\theta = M_1 \theta_1 + M_2 \theta_2 + M_3 \theta_3$
 で与えられる。また、式(1)において $U_{\eta r} = U_{\eta \theta} = \dots \cdot U_{\eta t} =$
 $U_{\eta \theta} = 0$ すなわち、無限遠における地盤の変位は0とした。フーチン
 グの中心軸を中心とする半径 r_0 の円形領域については、これを図-
 3に示すように四辺形8節点16自由度を有するアイソパラメトリック
 要素を用いて分割した。なお、要素の質量および剛性行列を得るため
 に必要な数値積分法としては、有限要素の r, θ あるいは x, y 方向
 および半無限要素の θ 方向については Legendre-Gauss の3点公式を、
 半無限要素の r 方向については Laguerre-Gauss の64点公式を用いた。
 以上のことから、通常の有限要素法の手法に従って、フーチングの水平
 方向の振動方程式を行列の形で $-\omega^2 \cdot MU + KU = 0$ のように導く
 ことができる。計算は対称性を考えて、図-3に示すようにフーチン
 グの1/4 について行った。図-3に示すようにフーチングが x 方向に
 単位振幅の振動を行う場合に、その振動数をいろいろ変えて上記の振
 動方程式を解くことによって、フーチングの x 方向の地盤反力の振動
 数特性を求めた。フーチングとしては円形および長方形断面のものを
 対象とした。前者についてはその半径をいろいろ変えた場合に対して
 、後者については y 方向の辺長を一定とし、 x 方向の辺長をいろいろ
 変えた場合に対して計算を行った。

4. 計算結果および考察 図-4は本方法の精度をチェックするた
 めに、円形基礎について求めた地盤反力(単位振幅の振動に対する単
 位長さ当たりの地盤反力。以下同様)の厳密解と有限要素解とを示し
 たものである。実数部については後者の方がわずかに大きい、虚数
 部については両者はよく一致しているといえる。基礎の半径は13.49m
 , 地盤の諸定数は密度 $1.8t/m^3$, せん断弾性定数 $65000kN/m^2$, ポアソン
 比0.45である。図-5はいろいろの直径の円形基礎に対する地盤反力
 を、図-6は y 方向の辺長を26mとし x 方向の辺長をいろいろ変えた
 場合の長方形基礎に対する地盤反力を示したものである。図-7は、横軸
 に円形基礎については半径を、長方形基礎については等価半径 $(\bar{R}_0 =$
 $\sqrt{ab/\pi})$, a, b : 辺長) をとり、振動数をパラメータとして円形および
 長方形基礎の地盤反力の絶対値を目盛ったものである。図7から長方形基
 礎については地盤反力の絶対値は等価半径の変化に対して各振動数に関し
 てほぼ一定であり、円形基礎についてはそれは勾配がほぼ一定な直線であ
 ることがわかる。いま長方形基礎の地盤反力の絶対値を各振動数毎に平均
 した値を算出し、これと等しい地盤反力の絶対値を有する円形基礎の半径
 $(\bar{R}_0)$ を求めてプロットすれば図-8が得られる。 $\bar{R}_0$ の振動数に対する
 変化は小さく、その平均値は $\bar{R}_0 = 13m$ に近い。これは長方形基礎の y 方向
 の辺長の1/2 に等しい。このことは長方形基礎を円形基礎に置換したとき
 の等価直径としては長方形基礎の振動方向に直角な辺の長さを採用すれば
 よいことを示しているといえよう。(1) Bettess.P. and Zienkiewicz : Diffraction and Refraction of
 surface wave using finite and infinite elements, Int.J.num.Meth.Engng., 11, 1271-1290(1977)

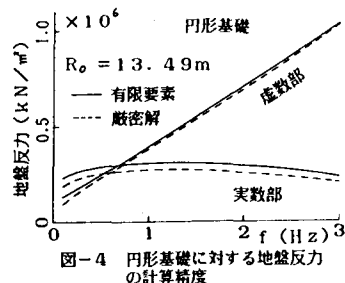


図-4 円形基礎に対する地盤反力の計算精度

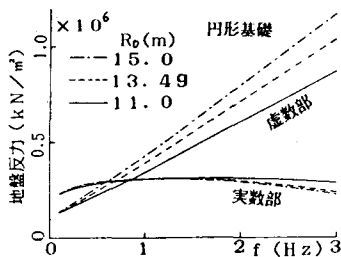


図-5 円形基礎の地盤反力の振動数特性(有限要素)

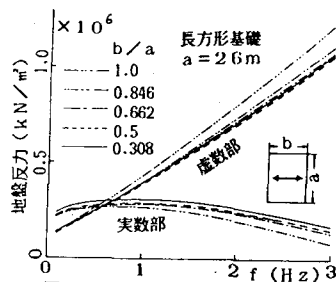


図-6 長方形基礎の地盤反力の振動数特性(有限要素)

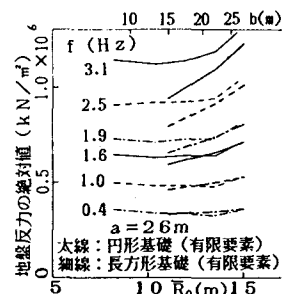


図-7 基礎の等価半径と地盤反力の絶対値の関係

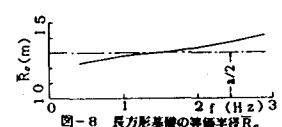


図-8 長方形基礎の等価半径 $\bar{R}_0$