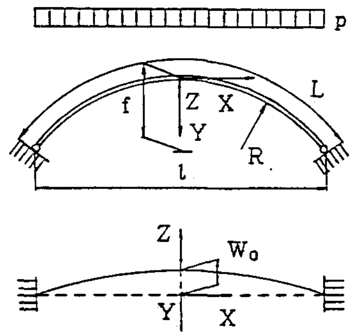
弾性固有値解を用いた開断面鋼アーチの面外座屈耐荷力の算定

熊本大学　正　員　崎元　達郎
熊本大学　正　員　山尾　敏孝
熊本大学○学生員　吉原　哲宏
熊本大学　学生員　渡辺　輝光

1）まえがき：骨組構造物の耐荷力は、有限変位弾塑性解析により算定することができる。しかし、一般にこの種の解析法は、複雑な実構造物では大型コンピュータが必要であり、かなりの時間と費用を必要とするため、設計法として実用的でない場合が考えられる。それに対して、マイクロコンピュータにより簡易で短時間に解析できる方法として、弾性固有値解を用いて有効座屈長を求め弾塑性耐荷力を算定する方法がある。（以下「有効長さ手法」と呼ぶ）。実際、道路橋示方書ではアーチ橋の面外座屈強度の照査規定に於いて、この方法を採用しているが、実際の耐荷力と比較検討を行ってこの方法の妥当性が検証されたことはない[1]。そこで本論では、開断面（I型断面）部材で構成された単材アーチについて、有効長さ手法で算定された耐荷力と有限変位弾塑性解析で算定された耐荷力とを比較し、本手法の妥当性と適用範囲を検討する。



図－1．解析モデルの形状

2）有効長さ手法：構造物における座屈条件は、次式で表わせる。

$$(\mathbb{K}_e + \alpha\cdot\mathbb{K}_g)\cdot\mathbb{U} = 0 \qquad (1)$$

$\mathbb{K}_e$：微小変位マトリックス　$\mathbb{U}$：変位ベクトル

$\mathbb{K}_g$：有限変位マトリックス　α：固有値

上式を解いて得られる最小の固有値α_0を用いる。構造物に基準荷重P_0をかけて、その時の各部材の軸力をN_0とする。弾性座屈時の軸力は、座屈までの挙動の線形性を仮定すると次式で求まる。

$$N_{cr} = \alpha_0\cdot N_0 \qquad (2)$$

考える構造物の代表断面と等しい断面を持つ両端ヒンジ柱の座屈時の軸力は、次のオイラーの式で求まる。

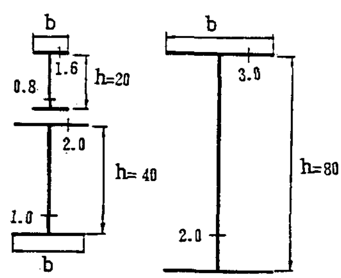
$$N_{cr,E} = \pi^2 EI/l_e^2 \qquad (3)$$

式(2)と式(3)を等置して、構造物の弾性座屈時の軸力と等しい軸力で座屈する両端ヒンジ柱の長さを求め、これを構造物の有効長さとする。

$$l_e = \pi\sqrt{EI/\alpha_0\cdot N_0} \qquad (4)$$

式(4)を用いて有効細長比$\bar{\lambda}$を次の式より求める。

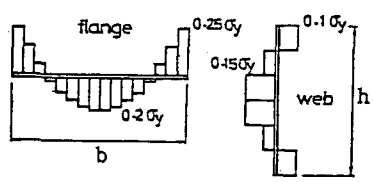
$$\bar{\lambda} = (1/\pi)\cdot\sqrt{\sigma_y/E}\cdot(l_e/r) \quad r\text{:断面二次半径} \qquad (5)$$



図－2．断面形状（単位：cm）

次に、この$\bar{\lambda}$を用いて両端ヒンジ柱の基準強度曲線より耐荷力（極限応力度）を求め、これを構造物の耐荷力とする。両端ヒンジ柱の基準強度曲線として、道路橋示方書の次式を用いた。

$$\left.\begin{array}{ll} \sigma_u/\sigma_y = 1.0 & (\bar{\lambda} \leqq 0.2) \\ \sigma_u/\sigma_y = 1.109 - 0.545\bar{\lambda} & (0.2 < \bar{\lambda} \leqq 1.0) \\ \sigma_u/\sigma_y = 1.0/(0.773 + \bar{\lambda}^2) & (1.0 < \bar{\lambda}) \end{array}\right\} \qquad (6)$$



図－3．残留応力分布図（rolled）

この基準強度曲線は、材料の降伏（塑性）、溶接残留応力、初期たわみ等を考慮しているので、求まった耐荷力は、真の耐荷力の近似値になり得ると考えられる。

3）有限変位弾塑性解析の解析モデル：解析には、文献2）に示す有限要素法に基づいた方法を用いた。解析モ

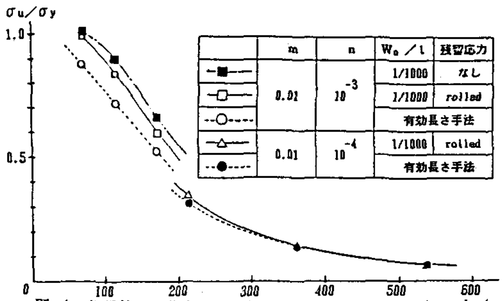


図-4. 細長比と耐荷力 (m一定, n一定, f／l＝0.15)

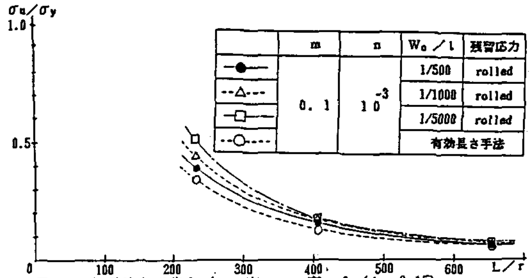


図-5. 細長比と耐荷力 (m一定, n一定, f／l＝0.15)

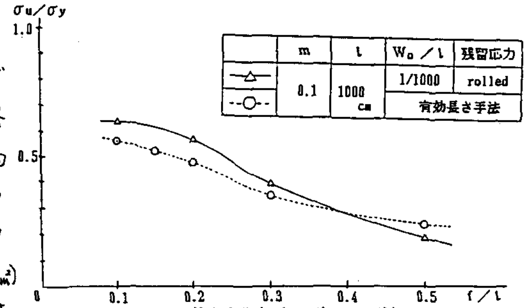


図-6. ライズスパン比と耐荷力 (m一定, l一定)

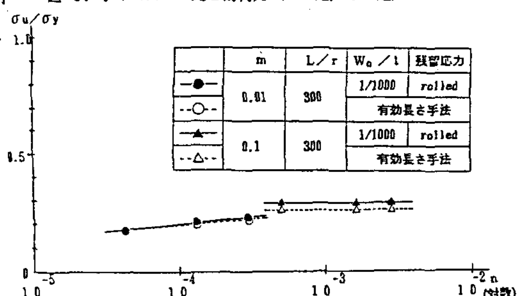


図-7. 曲げねじり剛性と耐荷力 (m一定, L／r一定, f／l＝0.15)

デルは、図-1に示すように単一の2-ヒンジ円弧アーチであり、11節点10部材でモデル化した。図-1のW_0は面外初期たわみを正弦半波と仮定した時の最大値である。断面は、図-2に示すような寸法を有するI型断面とし、フランジ巾bを調節することにより後に述べる断面パラメータ(m,n)の所定値を得た。材質は、SS41(σ_y=2400kg/cm²)とし、図-3に示す圧延型の残留応力分布を仮定した。荷重は等分布荷重が鉛直を保つ場合とし、11個の節点荷重として与えた。

4) 解析結果：弾性座屈解の結果[3]によれば、開断面アーチの面外座屈は、細長比(L/r),ライズ支間比(f/l)以外に次式で定義されるパラメータm,nに支配される。

$$m = GJ/EI_y \ , \ n = EC_w/R^2EI_y$$

ここに、GJ=St.Venantのねじり剛性, EC_w=曲げねじり剛性
EI_y=弱軸回りの曲げ剛性 , R=円弧アーチの半径

そこで、L/r, f/l, m,nを変化させて、耐荷力を解析し有効長さ手法による算定値と比較した。図-4～図-8の縦軸は、すべて崩壊時の荷重に対して、通常の公式で計算される支点軸力Nを断面積で割って得られる終局応力σ_uを降伏応力σ_yで無次元化したもので耐荷力を示している。図-4より、残留応力があり強度が低下する細長比が小さい領域に於いても有効長さ手法による算定値は、解析値より安全側を示すことがわかる。図-5より、初期たわみが$l/500$の場合でも有効長さ手法による算定値は安全側の適切な値を示している。図-6より、一般的なライズ支間比($f/l<0.4$)では、算定値は解析値より安全側を示している。図-7、図-8からm,nに対しても算定値は、耐荷力の良い推定値を示すことがわかる。

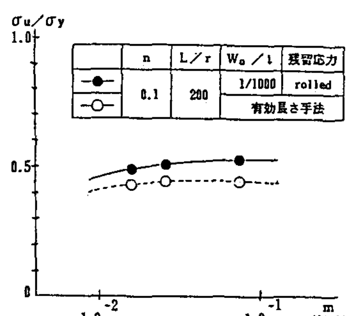


図-8. St. Venantのねじり剛性と耐荷力 (n一定, L／r一定, f／l＝0.15)

5) まとめ：以上の結果より、今回用いたモデルについては、有効長さ手法の妥当性が示された。今後は、より複雑で実構造物に近いアーチ構造物の解析を行い、有効長さ手法の適用範囲や問題点を明らかにしていきたい。

参考文献：1) 崎元,山尾,伊藤,上田「弾性固有値を用いた---」土木学会西部支部年講概集 1985.2 P 78-79　2) 崎元,山尾,菊地,坂田 "Nonlinear Analysis Of Thin-Walled---" 土木学会論文集 No 252, 1976.8 P 143-157
3) 栗田 "Die Theorie II. Ordnung von Krummen Stäben---" 土木学会論文集 No 155, 1968.7, P 32-41