

一有限ひずみ仮想仕事の原理による骨組構造解析

熊本大学工学部 正 員 三池 亮次
 熊本大学工学部 正 員 小林 一郎
 熊本大学工学部 学生員 ○米村 広宜
 熊本大学工学部 学生員 姫野 健司

1. はじめに 有限変位構造解析に通常用いられるひずみエネルギーはGreen ひずみとKirchhoff擬応力が対となったものである。応力としてKirchhoff 応力ではなく物理的応力である場合の有限変位仮想仕事の原理の基礎式は、先に誘導し¹⁾、せん断ひずみが微小のときは、直応力にかかるひずみの中に回転角 θ を含む項が現われることを示した。座屈や飛移の解析におけるように、わずかな応力の増分に対して変位の増分の著しい解析において、 θ を考慮するような割線弾性係数をもつ基礎式の展開が望ましい。本法はまた、有限変位骨組部材の有限変位後の中心線を3次曲線で近似し、部材平衡マトリックスを用い部材内部応力とひずみを、部材端力で表すが、従来の変位法による有限変位構造解析と異なっている。せん断ひずみが有限で無視できない場合の、せん断応力と対をなす有限ひずみは複雑な形となるが²⁾、その近似式を骨組構造解析に適用し、梁-柱の問題を解いたが、せん断応力の有限変位に与える効果は、事実上無視し得る程度に小さかった。

2. 適用計算例

(1) 梁-柱

図1に示す梁-柱の計算を行い、せん断ひずみを無視した場合と考慮した場合の比較を行った。ヤング率 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ 、断面2次モーメント $I = 0.0833 \text{ cm}^4$ 、断面積 $A = 1.0 \text{ cm}^2$ 、部材長 $L = 100 \text{ cm}$ とした。また要素分割数は8とし、初期ひずみ $L/1000$ を与えるために横力 Q を載荷した。せん断弾性係数を極端に小さく取った場合は明らかに変位が大きくなるが、通常のせん断弾性係数(ポアソン比0.3)で計算した場合は、せん断ひずみを無視した場合とほとんど同じ荷重-変位曲線となる。したがって通常の数値計算においてはせん断ひずみは無視し得ることになる。尚、図1の実線はチモシェンコの楕円積分による理論解である。

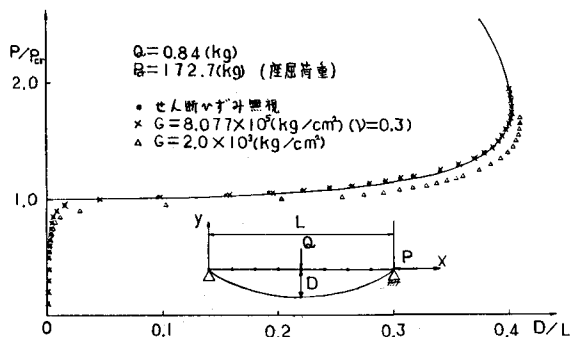


図1 梁-柱 荷重-変位曲線

(2) 2部材トラス (曲げ変形を考慮)

図2に示す8ケースの2部材トラスについて節点2の垂直変位 D を制御し、荷重 P との関係及び変形形状を求めた。部材のヤング率、断面2次モーメント及び断面積は前の梁-柱の例と同じである。また要素分割数は1部材につき4とし、各部材の midpoint には部材長の $1/500$ の初期変位を与えておいた。図2の矢印は初期変位を与えた方向を示している。ケース1~4は節点2の水平方

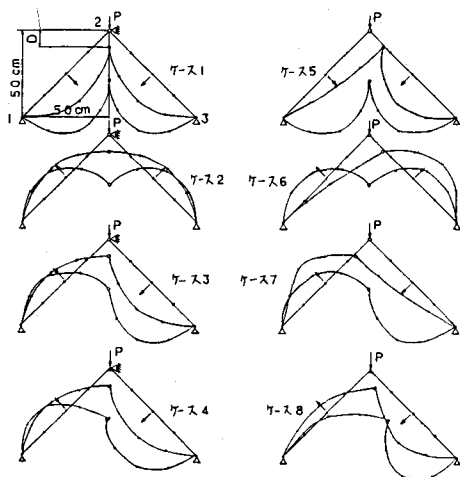


図2 2部材トラスの変形形状

向を拘束している。ケース5～8の節点2は自由である。また、ケース4、8は節点2が剛結合であり、他のケースはピン結合である。図2には節点2の垂直変位が10 cm及び30 cmの場合の部材の変形状を書きおいた。ケース1、2、3を比較すると、座屈のモードは違うが、荷重－変位曲線はすべて同じである。また、ケース5、6、7を比較しても、同じことが言える。ケース5～7の場合は節点2が自由であるため、座屈後、節点2は垂直変位と同時に水平変位をする。したがって、水平変位の起こる図3のAの範囲では、ケース1～3と少し異なる荷重－変位曲線を描く。ケース4は部材を大きく曲げないと節点2は変位できないため、座屈後の荷重－変位曲線の傾向が他と異なる。

(3) 2層トラスドーム

図4に示す2層トラスドームの頂点である節点1の変位を制御した時に変位制御点以外の点について、荷重がゼロになるように、収束させた場合の数値計算例を以下に示す。

図5は節点1の荷重と節点1の鉛直変位の関係を表している。この図においてB－B'、C－C'、D－D'においては勾配が不連続になっており、これは変位を制御していない点において飛移現象が起きていることを示す。

図6は節点1の荷重と節点4の鉛直変位の関係を表している。これによると節点4の鉛直変位はB'、C'の時には変位の増分が負になり、D'の時に飛移現象を起こしていることが分かる。B'、C'の時に変位の増分が負になるのは他の点で飛移現象が起きているために、反動で持ち上げられた状態になっている。

図7は実際の構造物の挙動を三次元座標で斜め上から眺めた図である。Aは変形前の状態である。B'、C'、D'はそれぞれ3点、2点、4点が飛移した後の状態を表している。

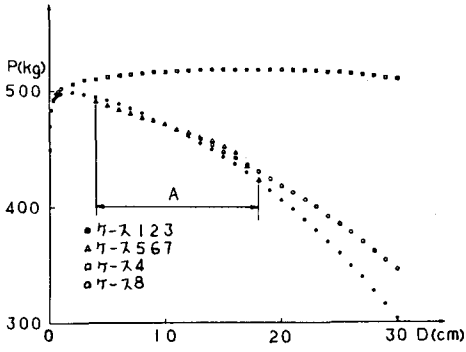


図3 2部材トラス 荷重－変位曲線

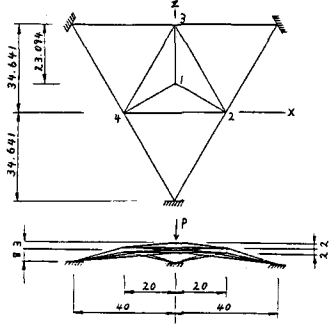


図4 2層トラスドーム

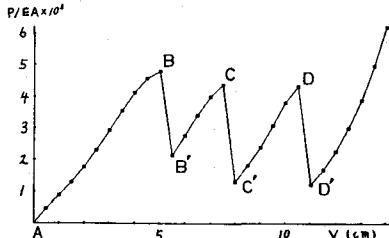


図5 節点1の荷重－鉛直変位曲線

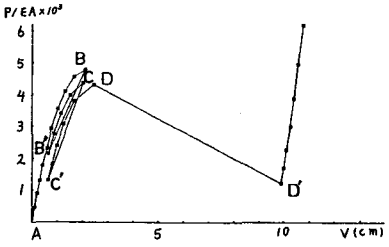


図6 節点1の荷重－節点4の鉛直変位曲線

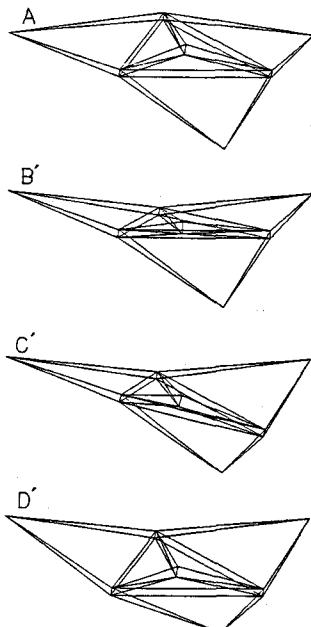


図7 構造物の挙動

参考文献1) 三池、小林：一有限りずみ仮想仕事の原理による構造解析、40回年次学術講演会、1985。
 2) 三池、小林、久木田：有限変位仮想仕事の原理による骨組構造解析、39回年次学術講演会、1984。