

応力集中問題におけるメッシュ分割の一判定法について

熊本大学〇学员 右田隆雄 熊本大学 正員 平井一男
 八代高専 正員 水田洋司 八代高専 内山義博

1. はじめに

応力集中問題を有限要素法で解析する場合、応力集中部近傍を細かいメッシュに分割して解かなければならぬ。そのメッシュ分割法は、経験的に行なっているのが現状であり、ただ任意に小さく分割しても計算機容量が増えるばかりで、厳密解に収束する保証はない。本論文では、応力集中部の応力を少ない要素数で正確に算定できるメッシュ分割判定法を提案し、その妥当性について検討している。

2. ポアソン比による微分

弾性学によると、二次元弾性問題では応力分布状態は形状と周辺の荷重条件のみに支配され、弾性常数(E,G,ν)には無関係であることが知られている。しかし、有限要素法解析で厳密解に収束したモデルと、厳密解に収束しないモデルとを比較してみると、厳密解に収束したモデルはポアソン比を変えても応力に変化が見られないのに対し、厳密解に収束しないモデルではポアソン比の影響を受けることを確かめている⁽¹⁾。それ故、ポアソン比に左右されないメッシュ分割を行なえば、その系を解くことで厳密解を得ることができると考えられる。ポアソン比νの変化が応力σへ及ぼす影響量は、応力σのポアソン比νによる微分値 $\frac{\partial \sigma}{\partial \nu}$ で判定できる。応力ベクトルσと変位ベクトルuの関係は次式で表わされる。

$$\sigma = DBU \tag{1}$$

ここに、Dは応力-歪マトリックス、Bは歪-変位マトリックスである。(1)式をνで微分すると、

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \nu} = \frac{\partial D}{\partial \nu} BU + DB \frac{\partial u}{\partial \nu} \tag{2}$$

応力ベクトルσと変位ベクトルuの関係は、剛性マトリックスKを用いて、

$$F = KU \tag{3}$$

(3)式のνによる微分は、

$$\frac{\partial F}{\partial \nu} = \frac{\partial K}{\partial \nu} U + K \frac{\partial u}{\partial \nu} = 0 \tag{4}$$

となり、ここで $\frac{\partial u}{\partial \nu}$ は次式で算定される。

$$\frac{\partial u}{\partial \nu} = \sum B^T \frac{\partial \sigma}{\partial \nu} B \tag{5}$$

$\frac{\partial \sigma}{\partial \nu}$ は、ヤング係数をEであらわすと次式で示される。

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \nu} = \frac{E}{(1-\nu^2)^2} \begin{bmatrix} 2\nu & 1+\nu^2 & 0 \\ 1+\nu^2 & 2\nu & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{(1-\nu^2)^2}{2} \end{bmatrix} \tag{6}$$

従って、 $\frac{\partial \sigma}{\partial \nu}$ の計算は(2)式に、(4)式、(5)式、(6)式を適用して行なうことが可能である。

3. 数値計算例

図-1に示すような中央に1個の楕円孔を有する平板モデルについて数値計算を行ない、提案法の妥当性を検討した。平板モデルの諸元を表-1に示す。平板モデルの対称性より、板の1/4にあたる斜線部を取り出して解析した。図-2、図-4は、厳密解に良好に収束したAモデルの主応力微分値と、主せん断応力微分値の分布状態を示す。図-3、図-5は、厳密解に収束したとは言えないBモデルのそれである。ここで

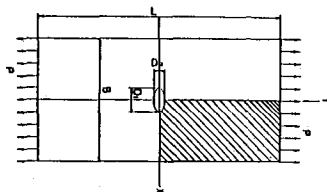


図-1 解析モデル

図-2, 図-3の微分値表示は, 最大主応力及び最小主応力の微分値のうち, 絶対値
 が大きいほうを表示している。この対照結果を示すAモデルとBモデル, A,Bモ
 デルの中間ほどの精度を持つCモデルの要素数とその時の応力集中係数との関係を示
 したのが図-6である。図-7はCモデルの主せん断微分値分布を示し, 図-8は,
 図-7の微分値の高い部分を分割しなおした後の主せん断微分値分布を示す。計算に
 は, 八代高専の SORD M68MXを用いた。

表-1 モデルの諸元

分布荷重 P	1.0 kg/mm ²
長さ L	40 mm
中径 B	20 mm
板厚 t	1 mm
槽内長径 D ₁	4 mm
槽内短径 D ₂	2 mm
弾性係数 E	1 kg/mm ²
ポアソン比 ν	0.3
D ₁ /D ₂	2
D ₁ /B	0.2

4. 結論

図-6を見ると, Aモデルが厳密解に良好に収束しているが, Aモデル, Bモデル
 の主応力微分値分布を示す図-2, 図-3では, 両モ
 デルの違いをはっきりと認めることはできない。A,B
 両モデルとも, 応力集中部近傍に高い微分値が残り,
 それ以外の部分にはほとんど微分値は見られない。つ
 まり, この図を見ただけではA,Bモデルのメッシュ
 分割状態, 及びメッシュ形状が大きく違うにもかかわらず,
 両モデルともメッシュ分割が適正であると言える。
 そこで今度は, 主せん断応力の微分値分布を示す
 図-4, 図-5を見ると, A,Bモデルのメッシュ分割
 の良否がよくわかると思う。Aモデルにおいては, 主
 応力の微分値分布と同じように集中部近傍に高い主

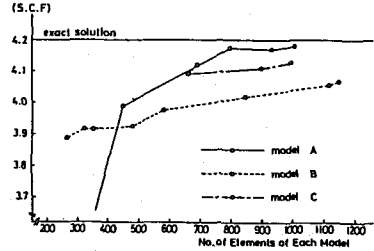
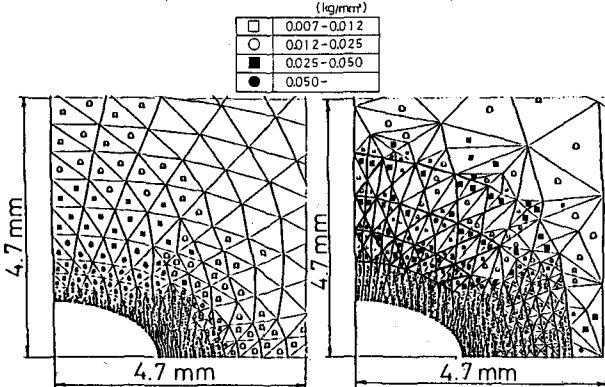
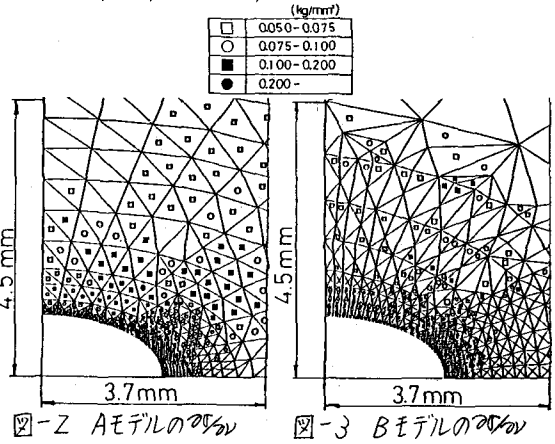
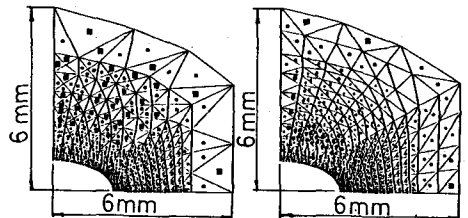


図-4 Aモデルのせん断微分値の分布 図-5 Bモデルのせん断微分値の分布



せん断微分値が残っているのに対し, Bモデルでは集中部以外にも
 高い値がばらばらついておりBモデルの, 要素がへん平な所や,
 メッシュを切る方向が一様でない所に高い主せん断微分値が出
 ている。つまり, Bモデルでは微分値の高い所を残したまま集中部
 の細分割に入ったため, 良好な値が出ないものと思われる。事
 実, 図-7, 図-8のCモデルは, 主せん断応力微分値の高い所を
 細分割すると精度が上昇する様子を見せている。従って, 主
 応力微分値は主にメッシュの大きさの判定として, 主せん断
 応力微分値はメッシュの形状やメッシュを切る方向の判定材料と
 なるであろう。この両微分値を考えることにより, 適正なメ
 ヂュ分割が出来ると思われる。

参考文献

(1) 平井・水田・内山・今村: 応力集中部のズーム領域判定について, 第40回年次学術講演会講演概要集, 1985年9月