

支持力問題に、関する一考察 (その1)

鹿児島大学 工学部 正会員 香山元寿 北村良介

学生会員 〇入船時弘

鴻 池 組

永野 愛

1. まえがき

土質工学において、地盤の変形・強度問題は、最も重要な問題の一つである。この問題を、多角的に取り扱うため、当研究室においても、要素実験、土槽実験、有限要素法プログラムの開発等々、行っている。本報告では、変形・強度問題の一例として、地盤の支持力問題を取り上げている。すなわち、地盤を、剛塑性体と変形塑性体からなる材料とみなし、二次元応力状態に対して導かれた Sokolovski の方程式を、マイコンを用いて数値的に解き、若干の考察を加えている。

2. Sokolovski の方程式、および 解法

二次元応力状態での地盤のつり合い式は、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \partial \sigma_x / \partial x + \partial \tau_{xz} / \partial z &= 0 \\ \partial \sigma_z / \partial x + \partial \tau_{xz} / \partial z &= \gamma \end{aligned} \right\} \text{----- (1)}$$

ここに、 σ_x : x軸(水平)方向の垂直応力、

σ_z : z軸(鉛直)方向の垂直応力、

τ_{xz} : せん断応力、 γ : 土の単位体積重量。

さらに、Mohr-Coulomb の破壊規準は、次のようである。

$$\sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_z)^2}{4} + \tau_{xz}^2} = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \sin \phi - C \cos \phi \text{---- (2)}$$

ここに、 ϕ : 内部摩擦角、 C : 粘着力。

新変数 $\chi = \cot \phi / 2 \cdot \log_e (\sigma / \sigma_0)$, (σ_0 は基準応力)

$\xi = \chi + \theta$, $\eta = \chi - \theta$, (θ は、最大主応力がz軸となす角)を導入し、(1)、(2)式を、整理すると、

$$\frac{d\xi}{dz} = -\frac{\gamma \sin(\theta - \alpha)}{2 \sigma \sin \phi \cos(\theta + \alpha)} \text{----- (3)}$$

$$\frac{d\eta}{dz} = \frac{\gamma \sin(\theta + \alpha)}{2 \sigma \sin \phi \cos(\theta - \alpha)} \text{----- (4)}$$

ここに、 $\alpha = \pi/4 - \phi/2$

図-1に示すような、左右対称であるようなフーチングの支持力問題を例にとり、(3)式・(4)式を、差分化すると、微小要素 $oabc$ について、次式が成り立つ。

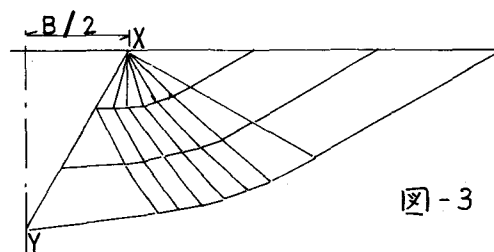
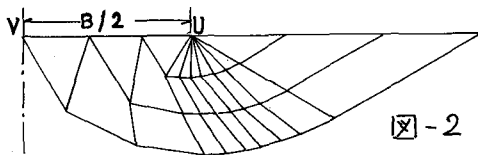
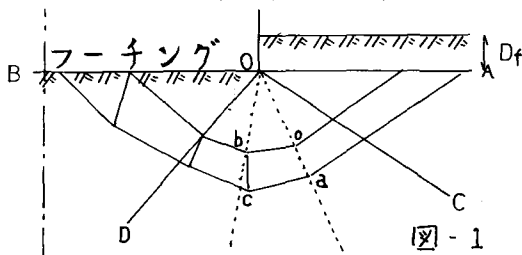
$$z_c = \frac{z_b \tan(\theta_b - \alpha) - x_b - z_a \tan(\theta_a + \alpha) + x_a}{\tan(\theta_b - \alpha) - \tan(\theta_a + \alpha)}$$

$$x_c = x_b + (z_c - z_b) \tan(\theta_b - \alpha)$$

$$\xi_c = \xi_a - \frac{(z_c - z_a) \gamma \sin(\theta_b - \alpha)}{2 \sigma_a \sin \phi \cos(\theta_a + \alpha)}$$

$$\eta_c = \eta_b + \frac{(z_c - z_b) \gamma \sin(\theta_b + \alpha)}{2 \sigma_b \sin \phi \cos(\theta_b - \alpha)}$$

この4つの式に、Sokolovski の修正、 $\theta_a = (\theta_a + \theta_c)/2$, $\theta_b = (\theta_b + \theta_c)/2$, を行い、数値解を求める。



3. 数値実験結果

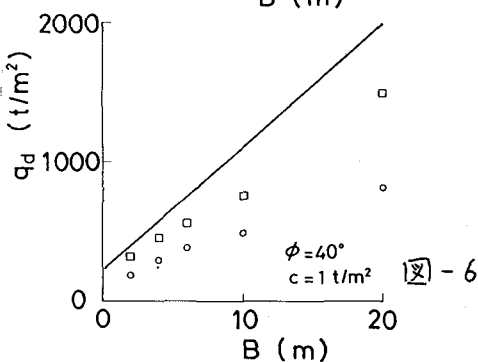
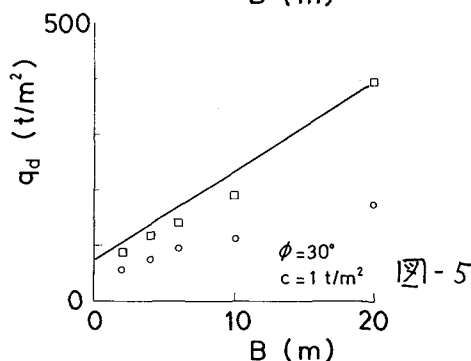
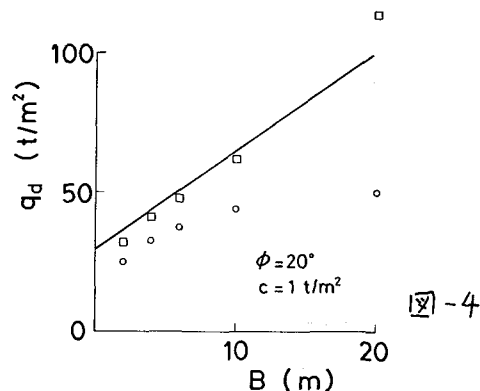
図-1に示すような支持力問題を例にとり、地盤の極限支持力を求める数値実験を行った。差分近似では、 $\angle COD$ 内の分割を多くすれば、より厳密解に近づくが、ここでは、コンピューターの容量等の関係上、 $\angle COD$ の分割数10、深さの分割は、0.1として、計算を行った。

図-1のOA上から、出発したすべり線の最終地として、今二つのケースを考える。ケース(1)は、図-2に示すように、フーチング直下まですべり線が、到着するという考え方である。ケース(2)は、図-3に示すように、フーチング下に、角度 $\pi/4 - \phi/2$ のくさび型土塊が発生し、その内部には、すべり線が生じないとする考え方である。以上の2つの場合について、面U-V、X-Y、Zの鉛直方向の力のつり合いより、地盤の支持力を計算した。図-4、図-5、図-6はそれらの結果を示している。図中には、次式で示されるTerzaghiの支持力公式より求められた値が、直線で示されている。

$$q_d = cN_c + \gamma D_f N_q + \gamma/2 \cdot B N_\gamma$$

ここに D_f : 根入れ長, B : フーチング幅

図-4、図-5、図-6より、ケース(1)では、Terzaghiの式より小さい値をとり、フーチング幅の増大と共に、その差は、広がっていく。ケース(2)では、フーチング幅が狭い時、Terzaghiの式より小さい値をとるが、フーチング幅が広くなると、Terzaghiの式より大きい値を取るようになる。また、内部摩擦角が小さい程、フーチング幅が小さい所で、Terzaghiの式より大きい値をとっている。



$\gamma = 1.6 \quad (t/m^2)$ $\circ \rightarrow$ ケース 1
 $D_f = 1.0 \quad (m)$ $\square \rightarrow$ ケース 2

4. あとがき

土槽実験で得るべきデータのかわりに、Terzaghiの支持力公式との対比を試みた。また、数値計算過程においては、一次近似をもちいたため、計算結果には、いくぶん誤差をふくんでいると考えられる。今後は、計算結果をより厳密解に近づけると共に、土槽実験による実測データとの比較、実験結果をもとに、数値実験にもちいた仮定の修正等を検討していきたい。

参考文献

土質力学特論	赤井浩一	森北出版
土質力学	山口柏樹	技報堂出版
弾塑性力学	山口柏樹	森北出版