

洪水流の3次元数値解析

長崎大学工学部 正員 野口 正人

長崎大学工学部 正員 中村 武弘

長崎大学工学部 学員 ○桑元 伸二

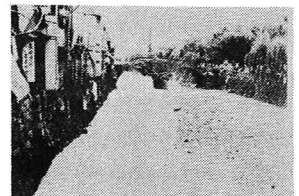
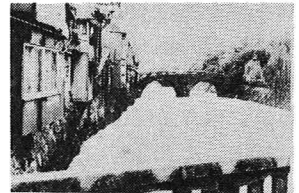
1. まえがき

集中豪雨が社会環境に及ぼす影響は非常に多面的であり、河川災害に限っても、河道ならびに水工構造物の被害や溢水・氾濫による堤内地被害等、多くのものが挙げられる。それゆえ、快適な生活空間を保障するには、これらの被害を未然に防止する方策を講じなければならない。

以上のことから、本報では、有限要素法を用いた河道流の3次元数値シミュレーション法について示す。

2. 昭和57年7月豪雨による中島川の洪水流

長崎豪雨(昭和57年7月23日)による中島川の被害に関しては、既に多数の報告がなされており、災害復旧工事もかなり進められている。しかし、中島川では、他の長崎市内河川と異なり、歴史的文化遗产の石橋群を如何に保存するかが大きく問題化しており、下流部の改修計画は未だ流動的である。写真1, 2のa, b)には、眼鏡橋ならびに東新橋に対する豪雨災害直前(昭和57年7月20日)、直後(7月25日)の様子が示されている。これらの写真でも明らかなように、コンクリート橋である魚市橋の下流に位置した眼鏡橋は破損したと言え流失を免れたのに対して、魚市橋より上流の石橋6橋はすべて流失した。このような違いが生じた原因としては、石橋の構造や洪水流の状態が異なっていたことが考えられる。

写真1-a, b 眼鏡橋
(昭和57年7月20日, 25日上流より撮影)

一般に、治水を対象とした河川管理を行う場合、流出解析とともに1次元的水面形状追跡がなされるが、真にその目的を果たすためには、2次元氾濫解析や水工構造物付近の流れの3次元解析が欠かせないことは言うまでもない。

3. 有限要素法による3次元流の基礎方程式

非圧縮性3次元流に対する連続方程式・運動方程式は、次のようである。

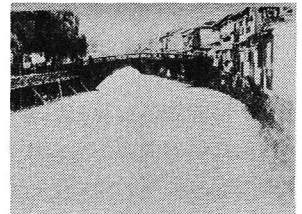
$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad \text{----- (1)}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = F_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \epsilon \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad \text{----- (2)}$$

ここに、記号は慣用のものが使われており、 ϵ は渦動粘性係数である。なお、 $i, j = 1, 2, 3$ であり、熊和規約が用いられている。有限要素法により、基礎式を与えられた境界条件のもとで解くため、図-1に示された4節点四面体要素に対する方程式を導く。すなわち、形状関数 ω_{iR} を用いて

$$u_i = \omega_{iR} u_{iR} \quad \text{----- (3)}$$

$$p = \omega_{iR} p_{iR} \quad \text{----- (4)}$$

写真2-a, b 東新橋
(昭和57年7月20日, 25日下流より撮影)

と表せば、上式はつぎのように書き改められる。ただし、カンマの後の添字(昭和57年7月20日, 25日下流より撮影)は節点値を表し、 $R = 1, 2, 3, 4$ である。また、計算の簡略化を図るに

め、定常流を取り上げた。

$$H_{\alpha\beta}^j u_{j,\alpha} = 0 \text{ -----(5)}$$

$$K_{\alpha\beta\gamma}^j u_{j,\beta} u_{i,\gamma} - H_{\alpha\beta}^i p_{,\beta} + M_{\alpha\beta} u_{i,\beta} = \Omega_{i,\alpha} \text{ -----(6)}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ただし, } K_{\alpha\beta\gamma}^j &= \int_V (\rho \omega_{,\alpha} \omega_{,\beta} \partial \omega_{,\gamma} / \partial x_j) dV, \quad H_{\alpha\beta}^i = \int_V \partial \omega_{,\alpha} / \partial x_i \cdot \omega_{,\beta} dV \\ M_{\alpha\beta} &= \int_V \rho E (\partial \omega_{,\alpha} / \partial x_j) (\partial \omega_{,\beta} / \partial x_j) dV \end{aligned} \right\} \text{-----(7)}$$

境界条件として、領域Vの閉曲面Aのうち、A₁上ではu_iの値が、また、A₂上では応力が与えられるものとするば、Ω_{i,α}はつぎのように書ける。

$$\Omega_{i,\alpha} = \int_{A_2} \omega_{,\alpha} S_i dA + \int_V \omega_{,\alpha} \rho F_i dV \text{ -----(8)}$$

$$\text{ただし } S_i = (-\rho \delta_{ij} + \rho E \frac{\partial u_i}{\partial x_j}) \cos(x_j, n) \text{ -----(9)}$$

ここに、δ_{ij}はフロネツカーのデルタであり、nは作用面の法線方向を示す。

4. 数値計算

実際に計算を行うため、4節点四面体要素で、1-2方向にx₃軸、△123の面上でx₃軸に垂直にx₁軸、これらに垂直にx₂軸を選ぶ。形状関数ω_iは、点P(x, y, z)ならびに各節点より求まる微小四面体と上述のものの比であり、これをω_i = α_{ij} x_j ----- (10) と表示する。ただし、x₁=1, x₂=3, x₃=2, x₄=3である。このとき、(7)式は次式のように書き改められる。

$$\left. \begin{aligned} K_{\alpha\beta\gamma}^j &= \rho \alpha_{\alpha k} \cos(k, j) \{ \alpha_{\beta l} \alpha_{\gamma m} \int_V x_l x_m dV \} \\ H_{\alpha\beta}^i &= \alpha_{\alpha k} \cos(k, i) \{ \alpha_{\beta l} \int_V x_l dV \} \\ M_{\alpha\beta} &= \rho E \alpha_{\alpha k} \cos(k, n) \cdot \alpha_{\beta l} \cos(l, n) \delta V \end{aligned} \right\} \text{-----(11)}$$

ここに、δVは四面体の体積で、δV = x₂x₃x₄/6である。上式より、基礎方程式の係数は、四面体における1次・2次の体積モーメントを計算することにより求められる。

計算のフロー・チャートは、図-2に示された通りである。(6)式が非線形方程式であるため、移流項を線形化して逐次計算を進める。なお、計算初期の移流速度は、ポテンシャル流として求められる。この種の計算の特徴は、もちろん、流れの3次元性を表し得ることであり、外力加速度項に流線の曲率変化を考慮すれば、構造物周辺の流れの局所的変化を表現できる所にある。

5. あとがき

数値計算は現在進行中であり、本報では計算方法のみが示せなかった。標記の問題を解決するためには、渦粘性係数の評価や、自由水面での境界の取扱等、多くの問題を処理しなければならない。これらについては、今後引き続き検討する。

参考文献 1) 日野衛雄・川原睦人：数値解析法講座、流体解析(IV)、土木学会誌、1973・4

2) 大橋衛雄：流体力学(1)、コロナ社、1982

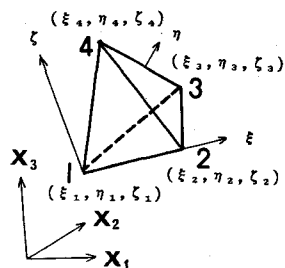


図1: 4節点四面体要素

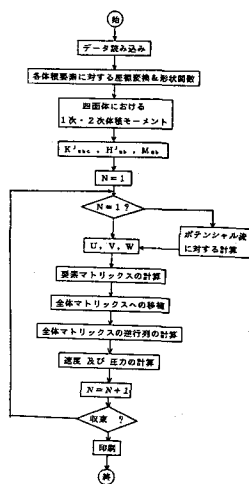


図2: フロー・チャート