

## 傾斜面上の波の碎波変形と底部流動境界層について

熊本大学 工学部 正員 滝川 清  
正員 田村 幹修  
学生員 大森 高広

1. はじめに 本研究は、波の運動によって底面近傍に形成される境界層内の水粒子速度場を有限要素法(F.E.M.)を用いて解析したものである。底部境界層に対する線形および非線形の支配方程式をGalerkin法で定式化した。この数値計算法は、任意の底面形状および解析境界条件としての境界層外縁の水粒子速度を任意に取り扱う事ができる。本報告は、解析方法の検証を行うとともに、別途、有限要素法を用いて解析した斜面上の底部水粒子速度の計算データを用い、2, 3の適用計算を行ったものである。

2. 有限要素法による定式化 波の進行方向にX軸、底面から鉛直上向きにZ軸をとり、各方向の速度成分を $u$ および $w$ とする。

(1)線形境界層方程式 1次元の境界層方程式は、  

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} (N_b \frac{\partial u}{\partial z}) \quad \dots (1)$$

ただし、 $t$ : 時間  $N_b$ : 渦動粘性係数

$u_b$ : 境界層外縁の水平水粒子速度

で示される。これに、重み関数を $W^*$ 、形状関数を $\phi$ とし、Galerkin法を適用すると次式を得る。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} W^* \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \int_{\Omega} N_b \left( \phi_z \frac{\partial u}{\partial z} - \phi \phi_z \right) dz = 0 \quad \dots (2)$$

ただし、 $W^* = \phi^T U^*$ ,  $U = \phi^T u$ ,  $\phi_z = \frac{\partial \phi}{\partial z}$ ,  $\delta$ は境界層厚さであり、 $N_b$ は考える要素内で一定とした。

上式の境界条件は、 $Z=0$ で $u=0$ ,  $Z=\delta$ で $u=u_b$ であるが、時間項 $\frac{\partial u}{\partial t}$ および $\frac{\partial w}{\partial t}$ に関しては、時間差分を用いれば、計算時刻ごとに $u_b$ を与えるのみで計算を進めることができる。

(2)2次元非線形境界層方程式 この場合の運動方程式および連続式は次式で示される。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} (N_b \frac{\partial u}{\partial z}) \quad \dots (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots (4)$$

(3)式の右辺第1項は、境界層近似から外縁の $u_b$ を用いて次式から計算される。

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial u_b}{\partial t} + u_b \frac{\partial u_b}{\partial x} \quad \dots (5)$$

(3)(4)式にGalerkin法を適用し、両者を連立することによって、 $u$ ,  $w$ を求める事になる。(3)(4)式は、

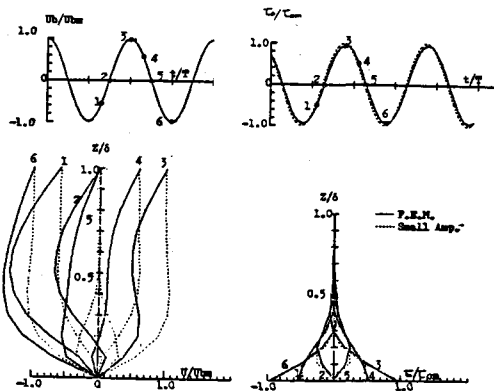
$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \phi^T \phi dz \frac{\partial u}{\partial z} + \int_{\Omega} \phi^T \phi \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) dz + \int_{\Omega} N_b \left( \phi_z \frac{\partial u}{\partial z} - \phi \phi_z \right) dz = 0 \quad \dots (6)$$

$$\int_{\Omega} \phi^T \left( \phi \frac{\partial u}{\partial x} + \phi \frac{\partial w}{\partial z} \right) dz = 0 \quad \dots (7)$$

式(6)は非線形式であるので、これの線形化を行う必要

がある。また時間方向には差分法を用いる。

3 適用計算例 計算に際しては、 $N_b = 1$ (動粘性係数)すなわち層流境界層とし、境界層厚さ $\delta$ は、層流境界層理論から得られるShear Waveの1波長 $\delta = 2\pi/\sqrt{0.2u}$ を取り解析対象範囲とした。また時間 $t$ は、せん断波速 $c_t = \sqrt{\mu/\rho}$ に対するC.F.L条件を満足するように $\Delta t \leq \delta/c_t$  ( $\delta$ は境界層の分割幅)として計算する。図-1は、解析方法の検証のために計算した1例であって、一次元の層流境界層に對し、 $u_b$ を微小振幅波理論により与えた場合である。(a)図は、境界層内流速分布 $u/u_m$  ( $u_m = 0.1/\sinh kh$ : 微小振幅波の底面流速振幅)を示したものであるが、計算の初期条件として各点で $u|_{t=0} = 0$  また、 $u_b|_{t=0} = u_{bmax}$ を与えた時の1周期間での変化を明示している。実線が計算結果、破線が微小振幅波理論である。初期条件としては最も悪い条件の場合であるが、この条件でも8~9周期目で破線の理論解と一致し、また、初期条件として理論解を用いると1周期目ではば理論解と一致する事が確かめられている。(b)図は、定常に達した状態のせ



(a)流速分布 (初期条件  $u=0, u_b=u_{bmax}$ ) (b)せん断内分布

図-1 微小振幅波

断面力分布  $T_{com}$  ( $T_{com} = \sqrt{2} \rho U \sqrt{g h} \sqrt{2} U / 2 \sinh kh$ )  
 であり、理論解と一致することが分る。図-2は、 $U_b$   
 としてHyperbolic波による値を与えた時の1次元線形  
 解析による  $U_b$ 、および  $T_{com}$  の定常解である。波  
 動条件としてCase1 ( $T=2.5s, h=35cm, H=8.8cm$ ) の場  
 合であり、図中の破線と示す微小振幅波理論解と比  
 較して、波の有限振幅性の効果が表われ、波の進行  
 方向に偏った分布となる事が分る。図-3は、勾配1/20  
 の斜面上その底面の水平流速成分の全振幅  $U_b/C_0$  ( $C_0$ は沖波波速)  
 をF.E.M.解析により求めたものである。図中の曲線群は、磯部ら(1980)による実験データを基に示され  
 たものである。F.E.M.解析のCase1 ( $H/L_0=0.0093$ ), Case2 ( $H/L_0=0.0735$ )  
 は共に碎波限界点近傍まで、これらの結果と一致している事が示  
 される。また、この時の鉛直流速成分  $W_b$  は、 $U_b$  に比べ1order小さ  
 く、境界層における影響は  $U_b$  に比べ無視し得る程度である。図-4  
 および図-5は、図-3に示したF.E.M.解析結果による計算データを  
 境界層外縁での  $U_b$  として与えた時の、1次元線形解析による斜面  
 上の各点での計算結果であり、 $U_b/C_0$  および  $T_{com}$  の分布を四示して  
 いる。図4は、Case1の  $H/L_0$  が小さく  
 Plunging 碎波であり、水深の減少に伴  
 い波動の有限振幅性の効果が現われ岸  
 向きに分布が偏る事が分る。図5はCase  
 2で、逆に  $H/L_0$  が大きくSpilling 碎波であ  
 る。境界層外縁での水平流速  $U_b/C_0$  は碎  
 波点近傍まで正弦的変動を示し、図5  
 (c) の  $T_{com}$  の分布もほぼ対称な形となる  
 が  $U_b/C_0$  の分布は、 $U_b/C_0$  の変動でも示され  
 るように、むしろ沖向きに偏りとなる  
 結果が示される。

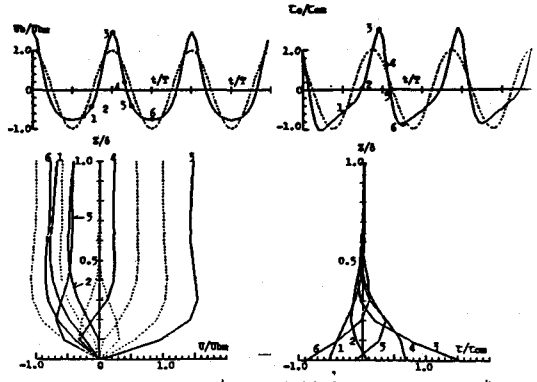


図-2 HYPERBOLIC波 流速分布とせん断力分布

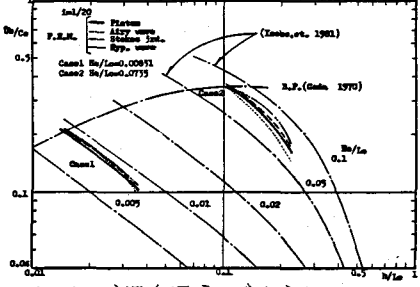


図-3 水平流速全振幅の浅水変化

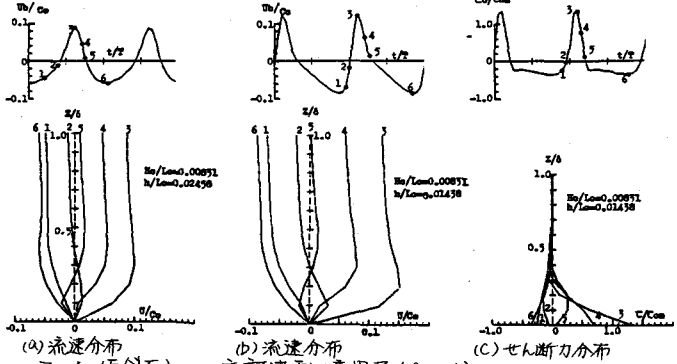


図-4 傾斜面上の底部波動境界層 (Case1)

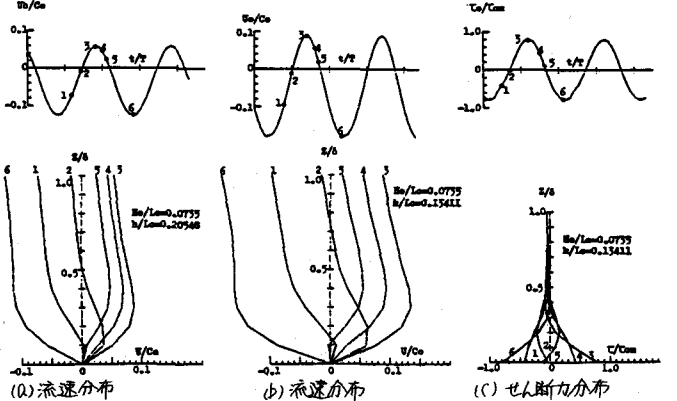


図-5 傾斜面上の底部波動境界層 (Case2)

4. おわりに 非線形解析についても  
 解析検討中であり、精細は別の機会に  
 発表予定である。なお、本研究は59年  
 度文部省科学研究費による研究の一部  
 である事を付記し謝意を表する。

参考文献) 1) 磯部清一郎、中村政司、有限要素法に  
 よる傾斜面上の波の碎波変形と内部機  
 構の解析 第30回海論論文集 PP.20~24, 1983.  
 2) 磯部清、田村剛、山崎紀夫、有限要素法解  
 析による傾斜面上の有限振幅波の変形機構について  
 昭和59年度、土木学会西部支部講演会、II-31  
 3) 磯部清、田村剛、山崎紀夫、破波点付近における流速  
 場の浅水変化に関する研究 第28回海論  
 文集 PP.5~9, 1981