

Two Level 法による不静定トラスの最小重量設計

熊本大学工学部 正 員 小林 一郎
 熊本大学工学部 学生員 ○新屋 勇人
 熊本大学工学部 学生員 宮本 宏一
 熊本大学工学部 正 員 三池 亮次

1. はじめに 構造物の最小重量設計における計算の効率化については、これまで、主として最適化手法の改良という観点から種々の研究が進められている。しかし、構造解析と最適化の二つの流れからなるアルゴリズムにおいて、実際的には大半の計算時間は、構造解析のために費されている。本研究は、最適化手法の効率化としてTwo Level 法を用いると同時に、応力法によって構造解析に要する計算時間の短縮化、計算容量の縮小化をはかったものである。

2. Two Level 法 非線形計画問題をいくつかの部分問題に分割し、それらを独立に解いて最適解を求める方法には、いくつかの形式があるが、最も一般的なものはmulti level optimizationと呼ばれるものである。以下にトラス構造への適用について説明する。部材に関する最適設計問題(First Level の問題)と骨組形状に関する最適設計問題(Second Levelの問題)とを次のように定める。各部材の断面形状は図-1に示す通りである。静定トラスにおいては、First Level の問題は、各部材ごとに軸力が定まれば、設計変数は3つなので、式(1)~(6)のうちから3つの式を選択し、即座に解を求めることが可能であり、これについては文献1に報告の通りである。次に、Second Levelの問題は、設計変数を適当に変動させることによって、解を改善して行く。図-2が、本法のマクロフローチャートである。

1 First Level Problem

設計変数: t_w , t_f , h (図-1参照)

制約条件 (ただし、 λ は細長比)

$$\frac{N}{A} \leq \sigma_{ca} \quad (1) \quad t_w \geq \frac{3A(\lambda^2 h^2 - 4f^2)}{4\lambda^2 h^3} \quad (4)$$

$$\frac{N}{A} \leq \sigma_{ca}(\lambda) \quad (2) \quad t_f \geq \frac{A(12f^2 - \lambda^2 h^2)}{4\lambda^2 h^2 b} \quad (5)$$

$$\lambda \leq 120 \text{ or } 200 \quad (3) \quad h \leq \frac{l}{10} \quad (6)$$

$$\lambda \geq \lambda_1 = \frac{l}{bh} \sqrt{3(b^2 + h^2)} \quad (3)$$

目的関数 (断面積最小)

$$A = 2(bt_f + ht_w) \longrightarrow \min \quad (7)$$

2 Second Level Problem

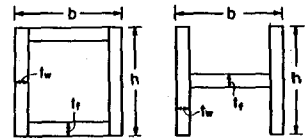
設計変数: b , H (主構高)

制約条件

$$b \leq l/10 \quad (8)-1 \quad H \geq 450 \text{ cm} \quad (8)-2$$

目的関数 (主構高最小)

$$W = \sum C_{ij} A_i(b) l_i(h) \longrightarrow \min \quad (9) \quad \text{ただし、} l_i \text{ は各部材の部材長、} C_{ij} \text{ は使用鋼材の鋼種。}$$



(a) 箱型断面 (b) H型断面

図-1 断面形状

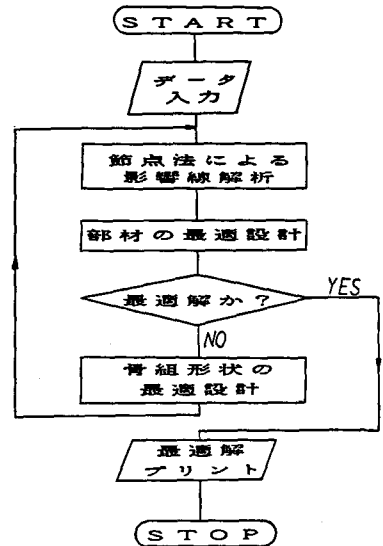
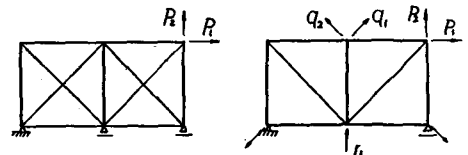


図-2

Two Level 法のマクロフローチャート



(a) 与系

(b) 静定基本系

図-3

3. 応力法による構造解析 応力法においては、解くべき構造（与系）を静定基本系に不静定力がかかった構造として解析する。外的不静定と内的不静定では、多少取り扱いが異なるが、両方を考慮して定式化する。外力を P 、基本系の変位を d' 、部材の軸力を N' 、たわみ性マトリックスを F_m とすると

$$N' = B_o P \quad (10) \quad d' = B_o^t F_m B_o P \quad (11)$$

となる。ここで、 B_o マトリックスは、節点法により直接求めることが可能である。変位法においては、構造が大規模になるほど、演算時間、計算容量とも急激に増大する。これに対し、応力法は、このようなキングサイズの問題に適した方法と考えられる。また、最適設計においては、全部材の応力計算が必要であるのに対し変位は、多くても数点チェックすれば良いので、応力法は有力な構造解析法であるといえる。図-3のように、外的不静定力を f 、内的不静定力を Q 、それらの不静定力を軸力に変換する係数マトリックスを B_r 、 B_q とすると与系の軸力 は、

$$N = B_o P + B_r f + B_q Q \quad (12)$$

となる。ただし、 f 、 Q は未知数でありこれを求めるには、 f 、 Q の作用方向の変位を U_f 、 U_q としてこれらをすべて0にすればよい。

$$U_f = B_r^t F_m B_o P + B_r^t F_m B_r f + B_r^t F_m B_q Q = 0 \quad (13)$$

$$U_q = B_q^t F_m B_o P + B_q^t F_m B_r f + B_q^t F_m B_q Q = 0$$

上式をまとめて書くと次のようである。ただし、 $f = \begin{bmatrix} r^t & q^t \end{bmatrix}$ $U^t = \begin{bmatrix} U_f^t & U_q^t \end{bmatrix}$

$$U = G_r P + G_f \begin{bmatrix} r \\ q \end{bmatrix} f = 0 \quad (14) \quad f = -G_f^{-1} G_r P \quad (15)$$

となる。式(15)を式(12)に代入して、与系の軸力を求めることができる。不静定トラスでは、厳密には式(12)のマトリックスが断面積の関数であるので、部分問題に分解して最小化することはできないが、式(15)の不静定力を一時的に設計変数とは独立な外力として考えればよい。

4. 設計例 図-4のような、2径間連続トラスに、本法を適用する。設計荷重は、等分布死荷重 $P_d = 45.98\text{kg/cm}$ 、線活荷重 $P_l = 16,656\text{kg}$ 、等分布活荷重 $p = 11.66\text{kg/cm}$ 、群集荷重 $p_q = 3.5\text{kg/cm}$ であり、初期値は、 $A_o = 200\text{cm}$ である。表-1はSecond Levelの問題の最適解（主構高 $H = 600\text{cm}$ 及び部材幅 $b = 25\text{cm}$ ）における軸力と断面積の収束状況であり各ステップの最適解を、次ステップにおける初期値として軸力を解析する。数回の反復計算の結果、各部材の断面積はある値に収束する。これが軸力、断面積の最適解であり、これから求められた鋼重がこのトラスモデルの最適解である。なお、この手法における軸力の影響線縦距の値は、文献2の計算例と一致している。本法により、計算時間は短縮され、マイクロコンピュータなど記憶容量の小さい計算機でも大規模なトラス構造の解析が可能となる。

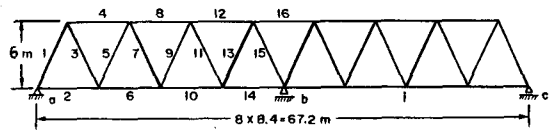


図-4 外的不静定トラス

表-1 不静定トラスモデルの最適解

ステップ 部材番号 1 2 3 14 15 16 鋼重(ton)

ステップ	部材番号	1	2	3	14	15	16	鋼重(ton)
1	軸力 (ton)	-90.55	51.93	91.40	-61.97	-144.60	132.00	15.653
	断面積 (cm ²)	92.02	54.85	65.29	76.19	141.53	94.29	
2	軸力	-89.57	51.36	90.41	-66.39	-146.03	137.79	15.628
	断面積	91.12	54.85	64.58	78.22	142.84	98.42	
3	軸力	-89.12	51.11	89.97	-68.39	-146.54	140.19	15.625
	断面積	90.72	54.85	64.26	79.16	143.32	100.14	
4	軸力	-88.96	51.02	89.80	-69.12	-146.73	141.07	15.624
	断面積	90.58	54.85	64.15	79.51	143.49	100.77	
5	軸力	-88.90	50.98	89.74	-69.40	-146.80	141.40	15.624
	断面積	90.52	54.85	64.10	79.64	143.55	101.00	
6	軸力	-88.88	50.97	89.72	-69.50	-146.83	141.52	15.624
	断面積	90.50	54.85	64.09	79.69	143.58	101.08	
7	軸力	-88.87	50.96	89.71	-69.53	-146.84	141.56	15.624
	断面積	90.49	54.85	64.08	79.71	143.59	101.11	

参考文献, 1) 小林 他: Two Levelを用いたトラス橋の最小重量設計, 熊本大学工学部研究報告 第33巻 第1号, 2) 渡辺 昇: 橋の影響線の理論と計算法 現代社