

開断面曲りばりにおける断面変形と横補剛材の効果について

九州大学工学部 正会員 高海克彦
彦坂 照

1. まえがき

薄肉開断面曲りばりにおいては、断面変形の防止およびねじり剛性の増加を図るためにストラット、横構等の横補剛材を設けなければならない。しかし、曲りばりの解析において断面を剛と仮定する限り、横補剛材の応力と断面変形防止効果の合理的評価は困難である。本研究は、こうした横補剛材を有する薄肉開断面ばりの基本解析は断面剛を仮定する曲げねじり理論で行ない、横補剛材の断面変形防止効果を別途合理的な手法で評価し、一次元の曲りばり理論の修正の立場から断面変形挙動の簡易解析法を提示するものである。

2. 断面変形と横補剛材の評価

図1のような円柱座標系(ρ, α)中に、 N 枚の薄板からなる薄肉多角形開断面曲りばりの開口部をトラス形式の横補剛材で補強した構造を考える。はり上の点を表すために断面内に中立点 C を原点とする $x-y$ 座標系を設ける。 x , y 軸は各々 ρ , α 軸に平行に定め、さらに断面内に直交曲線座標系(r, θ)を設ける。 θ 方向は板厚中心に一致させ、 r はその法線方向である。

本解法では断面変形を、薄肉多角形開断面ばりを形成する薄板の接合点(節点)における反時計回りの相対回転角で定義する。(図2) N 枚の薄板からなるばりの断面変形の自由度は $N-3$ である。

横補剛材を力学的性質が等価な幅 b 、板厚 t の仮想薄板に置きかえれば、はりとは図3のような閉断面曲りばりとなり、これを準閉断面ばりと呼ぶ。この仮想薄板は次のような性質を持つとする。

(1) はりの軸方向垂直応力を受け持たない。(2) はり軸直角方向(α 方向)垂直応力を受け持ち伸縮する。(3) はり軸直角方向曲げ剛性は0である。(4) せん断応力を受け持ち、せん断変形する、せん断弾性係数は G とする。

曲りばりに断面変形が生ずることにより、仮想薄板には単位長さ当たり ρ のはり軸直角方向力と ρ^* のせん断流が生じる。仮想薄板厚 t はトラス1パネルに貯えられるひずみエネルギーのうち、 ρ^* による仮想薄板のエネルギーと部材軸力によるひずみエネルギーを等置して、たとえば図1の形式の横補剛材では次式で与えられる。

$$\rho^* = \frac{E}{G} \cdot \frac{A(a+\alpha')b}{2d^3} \quad (1)$$

ただし、 E はヤング係数、 A は斜材断面積、 d は斜材長、 a , α' はパネル長。

ところで、断面変形による薄肉開断面曲りばりの任意点の r, θ 方向変位 u, v は次式で表わされる。

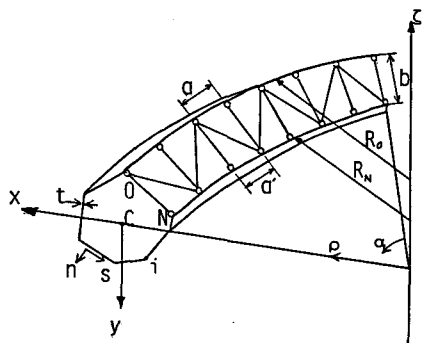


図1 補剛曲りばり一般図

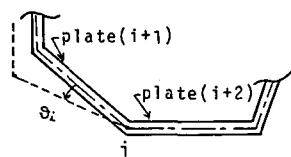


図2 断面変形の定義

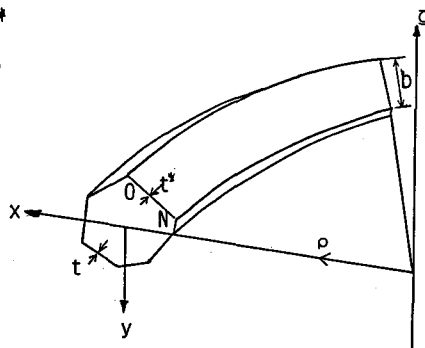


図3 準閉断面曲りばり

$$\left. \begin{aligned} \xi &= u_s l + v_s m - l_s \varphi - \sum_{i=1}^{N-3} l_{ai} \mu_i \theta_i \\ \eta &= -u_s m + v_s l + l_m \varphi + \sum_{i=1}^{N-3} l_{mi} \mu_i \theta_i \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\text{ただし} \quad \mu_i = \begin{cases} 1 & (s \leq s_i) \\ 0 & (s > s_i) \end{cases}$$

ここに、 u_s, v_s, φ は断面変形に伴う x, y 方向の剛体付加変位および剛体付加回転角であり、 l, m は $l = \cos(x, m), m = \cos(m, y)$ で定義される方向余弦、 l_s, l_m はせん断中心から、また l_{ai}, l_{mi} は節点 i から任意点にいたる位置ベクトルの s および m 方向成分である。

断面変形によるはりの軸方向変位成分を w とすれば、薄板中央面でのせん断ひずみは次式で表わされる。

$$\gamma_{sd} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \eta}{\partial s} + \rho \frac{\partial}{\partial s} \left(-\frac{w}{\rho} \right) = \begin{cases} \gamma_{sd}^* = \frac{R_N^2}{\rho^2} \cdot \frac{g^*}{b \chi^*} & (\text{仮想薄板内}) \\ 0 & (\text{曲りはり}) \end{cases} \quad (3)$$

式(3)を s について板厚中心に沿って1周積分すれば、軸方向変位の適合条件から次式が得られる。

$$g^* = \frac{2R_s}{(R_v + R_o)} \left\{ G \frac{2\Omega}{b/\chi^*} \cdot \frac{1}{R_s} \left(\varphi' - \frac{v_s'}{R_s} \right) + \sum_{i=1}^{N-3} G \frac{R_o^2}{R_N^2} \cdot \frac{2\Omega_i}{b/\chi^*} \cdot \frac{1}{R_s} \theta_i' \right\} \quad (4)$$

ここに、 $2\Omega = R_o^2 \oint \frac{dn}{\rho^2} ds$, $2\Omega_i = R_N^2 \int_{s_i}^{s_i} \frac{r_{ai}}{\rho^2} ds$, R_s はせん断中心の曲率半径。

他方、 p^* による仮想薄板のはり軸直角方向伸びと、断面変形によるはりと仮想薄板の s 方向相対変位の適合条件より、結局 p^* は次式で表わされる。

$$p^* = \frac{R_o - R_N}{R_N \log(R_o/R_N)} \sum_{i=1}^{N-3} E^* \frac{r_{ai}^*}{b/\chi^*} \theta_i \quad (5)$$

ここに、 E^* は p^* による仮想薄板のひずみエネルギーと部材軸力のひずみエネルギーと等置して得る換算ヤング係数、 r_{ai}^* は節点 i から仮想薄板に下した垂線の長さ。

3. 断面変形のフリアイ方程式

いま、横補剛材を仮想薄板に置換した準閉断面はりが、任意の荷重を受けて断面変形するものとする。はりとは仮想薄板の接合線の一オにスリットを入れて開断面はりにし、スリット部において単位長さ当たり p^* の力と g^* のせん断流を仮想薄板面内方向に外力として作用させても力学的に等価である。(図4)

したがって、任意荷重と上記 p^* と g^* を同時に作用させることにより、仮想仕事の原理から、横補剛材を有する薄肉開断面曲りはりの断面変形の $N-3$ 個のフリアイ方程式が次のように得られる。

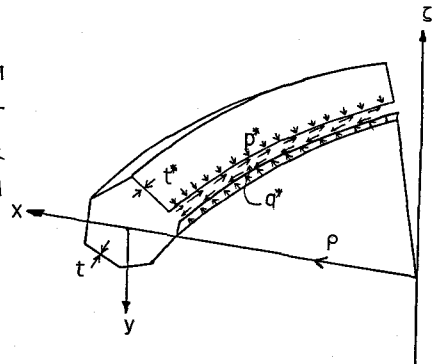


図4 スリットを入れた曲りはり

$$\sum_{j=1}^{N-3} \left[\frac{1}{R^3} E I_{ij} \theta_j''' + \left\{ G \frac{2\Omega_i}{b/\chi^*} \left(\frac{H_{iw}}{I_w} 2\Omega - \frac{R_o^2}{R_N^2} 2\Omega_j \right) \cdot \frac{2}{(R_v + R_o) R_s} - E (I_{ij} + I_{ji}) \frac{1}{R^3} \right\} \theta_j' \right. \\ \left. + \left\{ f_{ij} + \frac{1}{R^3} E K_{ij} + E^* \frac{r_{ai}^* r_{aj}^*}{b/\chi^* R_s \log(R_o/R_N)} - G \frac{4\Omega_i \Omega_j}{b/\chi^*} \cdot \frac{G_{iw}}{I_w} \cdot \frac{2}{(R_v + R_o)} \right\} \theta_j \right] - \int_s \left\{ \frac{p}{R_s} (l_s l_m - l_m l_s) + \frac{\partial g^{(s)}}{\partial s} r_{ai} + \frac{1}{R_s} \theta_i^{(s)} (y - y_i) \right\} \mu_i ds = 0 \quad (i=1, 2, \dots, N-3) \quad (6)$$

ここに、 $I_{ij}, H_{iw}, f_{ij}, K_{ij}, G_{iw}$ は断面形状によって決まる既知関数、 R_v, R_s は各々単位面積当たりの外力の m および s 方向成分、 $\theta_i^{(s)}, g^{(s)}$ は断面剛の仮定に基づくはり理論による軸方向応力とせん断流。

参考文献 1) 高橋・彦昭：オ34回応用力学連合講演会講演論文抄録集 昭和59年12月

2) V・エウラソフ(奥村敏恵訳)：薄肉弾性はりの理論、技報堂 1967年