

## 弾性固有値解を用いた鋼骨組部材の座屈耐荷力の算定

熊本大学 正 員 崎元 達郎

熊本大学 正 員 山尾 敏孝

熊本大学〇学生員 伊藤 彰

熊本大学 学生員 上月 裕

1) まえがき: 圧縮部材の設計では、部材の耐荷力を基準として設計が行われる。許容応力度設計法から終局強度設計法に変わりつつある現在、設計段階で耐荷力の解析をするのは、複雑な実構造ほど費用もかかるので、比較的簡単に求まる(あるいは、既に求まっている)弾性固有値解を用いて弾塑性耐荷力を算定する方法が考えられる。一般の実構造の耐荷力を解析するにあたって、この固有値解を用いて耐荷力を求める手法の適用範囲の拡張と問題点を明らかにすることは、経済的かつ実用的に意義がある。道路橋示方書では、アーチ橋の面外座屈強度の照査規定に於いて、この考え方を採用しているが、一般の複雑な実構造への拡張・適用は確められていない。そこで、ここでは弾性固有値解を用いて、弾塑性耐荷力を算定する方法の一般化を行なうための初歩的段階として、リアアーチの真の面外座屈耐荷力と固有値解析の結果を用いて算定した耐荷力を比較し、その妥当性を検証する。リアアーチの真の面外座屈耐荷力は、有限変位弾塑性解析による結果をこれにかわるものとした。

2) 弾性固有値解を用いた耐荷力算定の方法: 固有値入は、次の方程式を解いて得られる最小の固有値を用いる。

$$(K_e + \lambda K_g) \cdot U = 0 \quad (1)$$

$K_e$ は微小変位の剛性マトリックス、 $K_g$ は幾何剛性マトリックス、 $U$ は変位ベクトルである。構造物に基準荷重 $N_0$ をかけて、その時の各部材の軸力を $N_0$ とする。弾性座屈時の軸力は、座屈までの挙動の線形性を仮定すると次の式で求まる。

$$N_{cr} = \lambda N_0 \quad (2)$$

ところで、考える構造物と等しい断面を持つ両端ヒンジ柱の座屈時の軸力は、次のオイラーの式で求まる。

$$N_{cr,E} = \pi^2 EI / l_e^2 \quad (3)$$

ここに、 $EI$ は曲げ剛性である。式(2)と式(3)を等置して、構造物の弾性座屈時の軸力と等しい軸力で座屈する両端ヒンジ柱の長さを次の式で求めて、これを構造物の有効長さとする。

$$l_e = \pi \sqrt{EI / \lambda N_0} \quad (4)$$

式(4)を用いて有効細長比 $\bar{\lambda}$ を次の式より求める。

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \frac{l_e}{r} \quad (5)$$

ここに、 $r$ は構造物の部材の断面二次半径である。次に、この $\bar{\lambda}$ を用いて両端ヒンジ柱の基準強度曲線より耐荷力を求め、これを構造物の耐荷力とする。両端ヒンジ柱の基準強度曲線として、道路橋示方書<sup>2)</sup>の次式を用いた。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_b / \sigma_y &= 1.0 & (\bar{\lambda} \leq 0.2) \\ \sigma_b / \sigma_y &= 1.109 - 0.545 \bar{\lambda} & (0.2 < \bar{\lambda} \leq 1.0) \\ \sigma_b / \sigma_y &= 1.0 / (0.773 + \bar{\lambda}^2) & (1.0 < \bar{\lambda}) \end{aligned} \right\} (6)$$

この基準強度曲線は、材料の降伏(塑性)、溶接残留応力、初期たわみ等を考慮しているため、求まった耐荷力

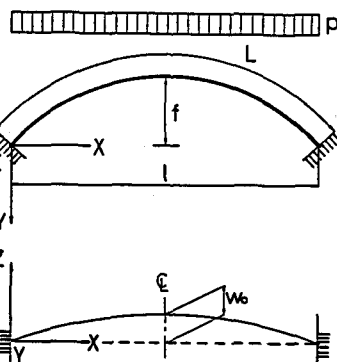


Fig. 1 アーチの解析モデル

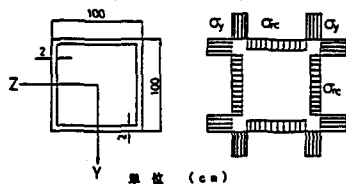


Fig. 2 断面及び残留応力分布図

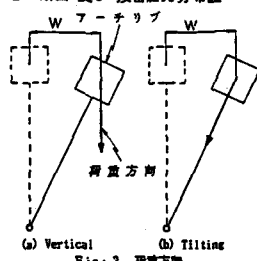


Fig. 3 残留応力分布

| Table 1 断面諸量                     |                         |
|----------------------------------|-------------------------|
| I <sub>y</sub>                   | 1255445 cm <sup>4</sup> |
| I <sub>z</sub>                   | 1255445 cm <sup>4</sup> |
| A                                | 784 cm <sup>2</sup>     |
| r <sub>y</sub>                   | 40.01 cm                |
| J                                | 1882384 cm <sup>4</sup> |
| GJ/EI <sub>y</sub>               | 0.5783                  |
| EI <sub>x</sub> /EI <sub>y</sub> | 1.0                     |

は、弾塑性耐荷力と考えられる。

3) 解析モデル：解析モデルは単一リアアーチ(図1)で、材質はSS41( $\sigma_y=2400\text{kg/cm}^2$ )である。図1の $W_0$ は、面外初期たわみである。アーチの形状は放物線及び円弧、 $f/l$ (スパンライズ比)は0.1と0.2の2ケース、アーチの形式は2-ヒンジである。荷重は図3に示すように、等分布荷重が鉛直を保つ場合及び吊材荷重のように傾斜する場合の2種類である。断面は正方形箱形断面であり、その寸法、諸量、残留応力分布は図2、表1に示す。有限変位弾塑性解析をする時は、初期たわみ $W_0$ 、残留応力 $\sigma_{rc}$ を考慮して耐荷力を求める。

4) 弾性固有値解を用いた耐荷力と有限変位弾塑性解析による耐荷力の比較：図4～図7の縦軸は、崩壊時の支点軸力 $N$ を断面積 $A$ で割って得られる終局応力 $\sigma_u$ を降伏応力 $\sigma_y$ で割って無次元化したもの、横軸は細長比 $\lambda_y/l$ である。

図4は残留応力の有無と初期たわみの大小を変化させた時の耐荷力解析の結果と弾性固有値解を用いた耐荷力の算定値を比較したものである。弾性固有値解を用いた耐荷力曲線は、初期たわみ $W_0=l/500$ 、残留応力 $\sigma_{rc}=0.4\sigma_y$ の曲線に対してわずかに危険側にでているが、初期たわみ $l/500$ は実構造にありえないので、弾性固有値解は安全側の良い近似値を与えると考えて良い。 $f/l=0.2$ の場合にも同様のことがいえた。図3に示したように荷重方向が傾斜する場合の比較を図5に示す<sup>3)</sup>。これより荷重方向が傾斜する場合にも適用できる。ここで取扱っている等分布荷重全載状態の時、軸圧縮力だけでなく面内曲げも受ける円弧アーチについて $f/l$ の違いによる比較を図6、図7に示す。 $f/l=0.1$ の場合は図4の放物線アーチの場合と同様に適用できる。 $f/l=0.2$ の場合は、初期たわみ $W_0=l/1000$ 、残留応力 $\sigma_{rc}=0.4\sigma_y$ の時めずかに危険側にでているが、実際に適用してもさしつかえない程度である。これは、 $f/l=0.2$ の時面内曲げが大きくなるからと考えられる。

5) まとめ：以上の結果より、今回用いたモデルに関しては、弾性固有値解を用いて面外座屈耐荷力を求める方法を適用できる。今後、断面形状・境界条件の任意な直柱や支柱・桁等をつけた実際の構造に近い複弦アーチ等について、この方法の適用範囲や問題点を明らかにしていきたい。

参考文献：1) Komatsu, S. and Sakimoto, T. "Nonlinear Analysis of Spatial Frame...."土木学会論文報告集 No.252, 1976, 8 PP. 143-157 2) 道路橋示方書

3) S. N. Shukla & M. Ojalvo, "Lateral Buckling of Parabolic Arches...." Proc. of ASCE Vol. 97, No. ST6, June 1971 PP. 1763-1773

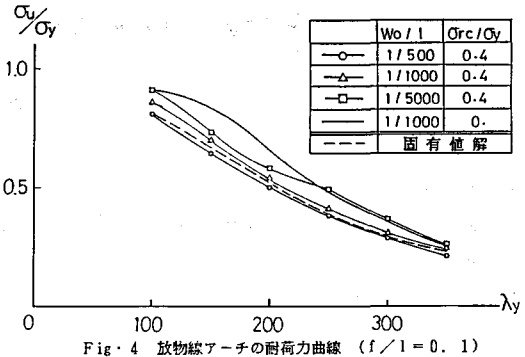


Fig. 4 放物線アーチの耐荷力曲線 ( $f/l=0.1$ )

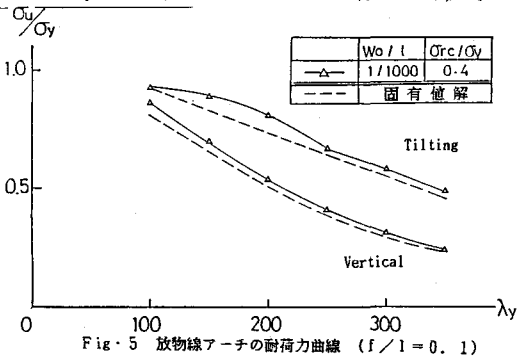


Fig. 5 放物線アーチの耐荷力曲線 ( $f/l=0.1$ )

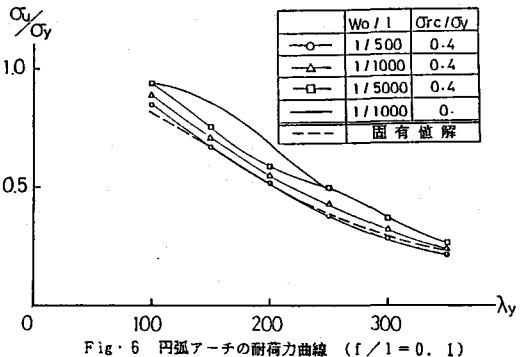


Fig. 6 円弧アーチの耐荷力曲線 ( $f/l=0.1$ )

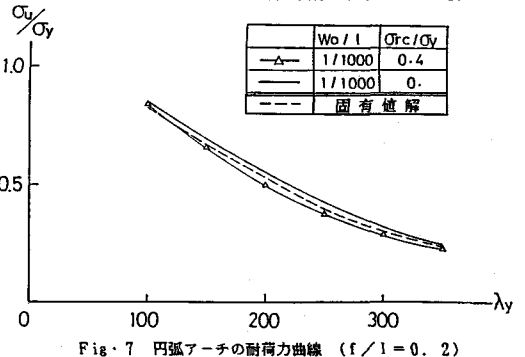


Fig. 7 円弧アーチの耐荷力曲線 ( $f/l=0.2$ )