骨組構造物の大変形最適設計に関する研究

長崎大学工学部　正 員　小西 保則
長崎大学工学部　○学生員　今金 真一

1. まえがき

普通の構造物では、外力の作用による変形が、構造物の断面寸法に比較して比較的微小であって、変形前の形と著しく異なった形状でつり合いの状態に達することはない。
しかし、最近は、スパンが長大化し、また高強度の材料の使用により変形しやすくなっている。
今回の報告では、骨組構造物として2ヒンジアーチをとり上げ、応力解析と最適設計を行なったものについて説明する。応力解析においては、微小変形理論を適用すると、曲げモーメントやたわみの値が実際より小さく計算され、この値をもって設計された断面では危険な場合が生ずる。よって、安全性の面から大変形理論が必要となってくる。

2. 応力解析

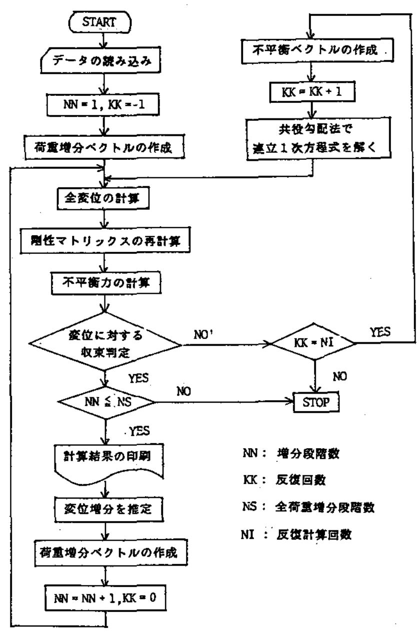
応力解析にあたっては、2ヒンジアーチを分割し、各部材の節点は剛節であるとする。また、各部材は直線部材であるとし、それらの軸変形、曲げ変形を主として考える。解析モデルは、非線形問題のうち、幾何学的非線形のみを含む平面骨組構造物とする。幾何学的非線形では、変位は有限であるが、ひずみが微小であり、応力−ひずみの関係は線形である。解析法としては、増分型反復法を用いたが、計算時間が長くなるという欠点があるため、推定増分法を用いた。大変形理論では変形が大きいため、外力の作用した状態で力のつり合いを考える場合、外力の作用する前の構造物の寸法を使用できないため、基礎方程式において、変形前の座標系による場合と、変形後の座標による場に分けて用いる必要がある。
材端力と外力のつり合い方程式において、変形を考慮し、

$$\cos\theta_{ij} = \{(x_j + u_j) - (x_i + u_i)\} / l_{ij}$$

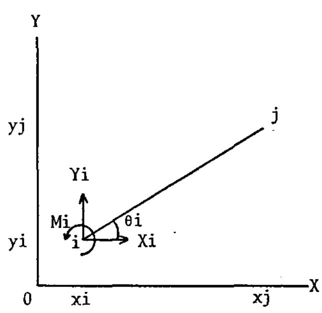
$$\sin\theta_{ij} = \{(y_j + v_j) - (y_i + v_i)\} / l_{ij}$$

$$l_{ij} = \sqrt{\{(x_j + u_j) - (x_i + u_i)\}^2 + \{(y_j + v_j) - (y_i + v_i)\}^2}$$

とする。
また、変形が大きいため、軸ひずみの式において、2次の項が無視できず、$\varepsilon_x = \partial u/\partial x + 1/2(\partial v/\partial x)^2$ としなくてはならない。
これらが微小変形理論による解析との主な相違点である。
なお、応力解析の流れ図を図−1に示す。



図−1



X_i, Y_i, M_i　i点に作用する外力

図−2

3. 解析モデル

形式　：　2ヒンジアーチ

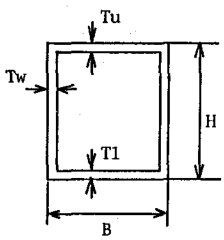
アーチ軸線形状　：　円弧

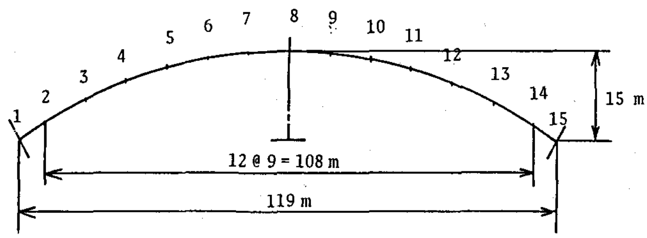
鋼種　：　SS41

ヤング係数　：　$E = 2.1 \times 10^7\ t/m^2$

荷重　：　各節点に下向きに100tかける

部材断面　：　圧縮力、せん断力、曲げモーメントを同時に受け、一様断面とする。





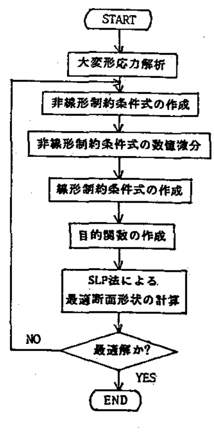
図ー3

4. 最適設計

制約条件式

- 応力制限　上フランジ：$\sigma_u - \sigma_{ca} \leqq 0$，　下フランジ：$\sigma_\ell - \sigma_{ca} \leqq 0$
- せん断応力制限　$\tau - \tau_a \leqq 0$
- 細長比制限　$\ell/r_x - 120 \leqq 0$，　$\ell/r_y - 120 \leqq 0$
- 板厚制限　$T - T_a \leqq 0$
- たわみ制限　$\delta - \delta_a \leqq 0$
- 変数の上限，下限　$X - X_u \leqq 0$，　$X_\ell - X \leqq 0$

（$\sigma_u = N/A + (M/I)e_1$，$\sigma_\ell = N/A - (M/I)e_2$，$N$：軸力，$A$；断面積，$M$；モーメント　I：断面2次モーメント，e_1, e_2；偏心距離，τ_a：許容せん断応力，ℓ：有効座屈長，r_x, r_y：断面2次半径，T_a：最小板厚，δ_a；たわみ制限 $L/600$，X_u, X_ℓ：変数の上下限）



図ー4

目的関数　（最小重量設計）

$$\{ B(T_u + T_\ell) + 2 \cdot H \cdot T_w \} \times L \longrightarrow MIN$$

最適設計の手法として、反復線形計画法（SLP法）を用いる。

この方法は、制約条件式および目的関数をある近似解の近傍で線形近似し、線形計画法（LP法）の対象となるようにする。線形化された式をLP法で解いた値が正確な値を満足するとは限らないため、この結果を改めて近似解として計算を繰り返し、目的関数の値がほとんど変化しなくなるまで行なって最適解を求める。

最適設計の流れ図を図ー4に示す。なお最適設計の結果については、講演時に報告する。

（参考文献）　・小堀為雄・吉田博：「有限要素法による構造解析プログラム」・前田幸雄，林正，中村守：増分法による平面骨組構造物の大変形解析の加速計算法，土木学会論文報告集第223回 1974年3月　・長尚：「構造物の最適設計」．