Suboptimizationによる不静定構造物の最適設計手法に関する研究

長崎大学工学部　正員　小西　保則
長崎大学工学部　学生員　○中村　修

1．概略

一般に構造物が長大化し複雑になると、変数・制約条件共にその数が多くなり、最適設計が困難となる。しかし、その場合でも、Suboptimizationによれば、容易に最適設計が可能である。不静定構造物の最適設計では、断面寸法の変化が各部材の断面に影響し、最適断面の近似値しか求まらない。そこで、(1)全応力設計法により最適断面積を求め、(2)求められた最適断面積をもつ最適断面形状をSLP法により求め、(3)全体についての最適化をSUMT法により行う、という手法によれば、精度の良い最適値を求めることができる。

本論文は、以上の最適設計計算のうち、全応力設計法により最適断面積を求めたところまでの経過報告である。

2．Suboptimizationによる最適設計手法

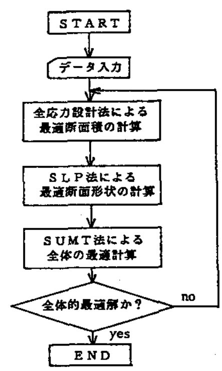
Suboptimizationによる方法は文献1)に詳細に述べられているが、概略を示すと、次のようになる。Suboptimizationの方法として、変数を2つのグループに分ける。即ち、1つの部材要素のみの変数xと全体に共通な変数yとに分ける。一般に制約条件式は、

$g_I(x_I, x_{II}, \cdots, y) \le 0$,　$g_{II}(x_I, x_{II}, \cdots, y) \le 0$　····(1)

となり、yのみの制約条件式は　$g(y) \le 0$　····(2)　となり、

目的関数は、

$Z = f_I(x_I, x_{II}, \cdots, y) + f_{II}(x_I, x_{II}, \cdots, y) + \cdots\cdots$　min.　·····(3)



図－1　Suboptimizationによる最適化プログラム

となる。ここで、制約条件式、目的関数に対して、変数$x_I, x_{II}, \cdots$のグループはそれぞれ要素I，II，·····に属し，それらの変数は互いに独立である。

静定構造物においては、断面の変化が内部応力の変化に影響されない。そこでこの場合には、目的関数，制約条件式共に変数$x_I, x_{II}, \cdots$のグループに対して互いに独立である。そこで制約条件式は

$g_I(x_I, y) \le 0$，　$g_{II}(x_{II}, y) \le 0$　·····(4)，　$g(y) \le 0$　·····(5)　となり、目的関数は、

$Z = f_I(x_I, y) + f_{II}(x_{II}, y) + \cdots$　min.　······(6)

となる。不静定構造物の場合には近似的に(4)，(6)式が成立する。次にyを一定とした時のxの最適値を求めると次式が得られる。　$x_I = h_I(y)$，　$x_{II} = h_{II}(y)$，·····，　······(7)

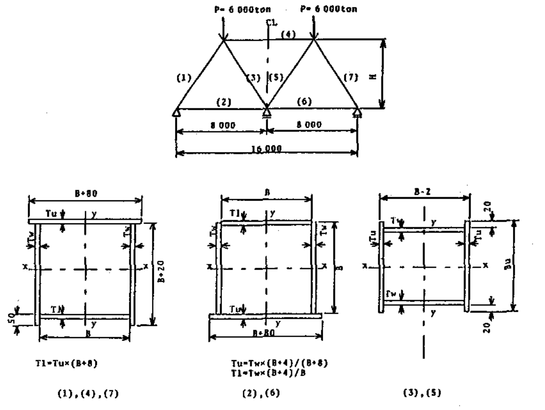
(7)式を(6)式に代入すると

$Z = f_I\{h_I(y), y\} + f_I\{h_{II}(y), y\} + \cdots$　min.　·····(8)

となり、(5)の制約条件式のもとで(8)式を最小にする最適値を求めれば良い。即ち、構造全体についての最適設計として(5)式の制約条件のもとで(8)式を最小とする最適解y_0をSUMT法を用いて求め，その時の目的関数の値をZ^*とする。y_0を用いてxの最適解x_0を全応力設計法、SLP法を用いて求め、この時の目的関数の値をZとし、反復繰り返して　$|Z^* - Z| / Z \le \varepsilon$　····(9)　が成立した時を全体の最適解とする。ここにεは収束判定値である。概略の方法を図－1に示す。

3．最適設計例

本手法を用いた最適設計例として図－2に示す、外的一次不静定，二径間連続トラスについて最適設計を行なった。図中の(1)，(2)，(3)····は部材番号であり、各部材の断面形状も図－2に示している。荷重として、上弦格点にP＝6000 ton を載荷した時の最適設計を求めた。



図－２　最適設計例

1)設計変数　設計変数の内xに属するものは、鋼種S（$S=4$，$41^{kg}/mm^2$鋼；$S=5$，$50^{kg}/mm^2$鋼；$S=6$，$58^{kg}/mm^2$鋼とする）　断面種別(1),(4),(7)の断面寸法の内のT_u, T_w，断面種別(2),(6)の断面寸法の内のT_w，断面　別(3),(5)の断面寸法の内α T_u, T_w, B_uとし，yに属するものとして、トラス高H，トラス部材幅Bとする。

2)制約条件式　Suboptimizationの場合は、応力制限、たわみ制限、変数の上下限制限、(1),(4),(7)断面種別部材では、板幅に対する板厚の比は80以下という制限、細長比$\ell/r \leq 200$の制限、他の2種類の断面をもつ部材では局所座屈防止のための板幅に対する板厚の制限、座屈防止のための細長比$\ell/r \leq 120$という制限である。

全体の最適設計に対しては変数yであるH，Bの上下限制限のみを制約条件とすれば良い。

ここで許容応力は離散変数であるSの関数であるが、これを連続関数とし、数式化した。

3)目的関数　最適断面積を求める全応力設計法においては、目的関数は最小断面積とし、最適断面形状を求めるSLP法、全体的最適化を行うSUMT法においては、製作費を目的関数とする。製作費においては、鋼材費工場製作費を考えた。即ち次式で与えられる。

$$Z=\sum_k\sum_\ell \tilde{H}_{k\ell}\cdot(SMH)+\sum_i\sum_j H_{ij}\cdot(SMH)+\sum_j \rho V_j C(CM) \qquad z_1(SMH)+z_2(SMH)+z_3(CM)$$
$$=(CM)\times(z_1\mu+z_2\mu+z_3)\cdots\cdots(10)$$

ここに　ρ:鋼材単位重量，C:鋼材単価係数，(CM):鋼材単価，(SMH):1人1時間当りの工数単価，H_{ij}：i工程j部材の工数（時間）で設計変数の関数である。$\tilde{H}_{k\ell}$：k工程ℓ部材の工数（時間）で一定な値である。μ：(SMH)/(CM)である。ここでCはT（板厚），Sの関数と考え数式化した。z_1, z_2, z_3は(CM)で割って無次元化する。H_{ij}は鋼道路橋原価計算表[2)]を参考にした。

4)全体的最適化　設計変数のうちyに属するものはH，Bである。Suboptimizationにより求めた(7)式は、(5)式を除いた全ての制約条件式を満足しているので、制約条件式は(5)式のみを満足すれば良い。ここでSは離散変数であるため枝払い法を用いて整数化した。

5)最適設計結果と考察

右表は図－２の設計例について全応力設計法により最適断面積を求めた時の収束状況であるが、精度はあまり良いものではない。

STEP / 部材	0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1228.000	1177.566	1133.087	1128.516	1084.741	1071.442	1066.890	1065.444	1065.009
2	1245.000	1201.633	1155.932	1181.521	1145.569	1219.214	1248.767	1258.511	1261.495
3	1545.000	1583.995	1628.034	1633.090	1676.964	1690.044	1694.796	1696.245	1696.680
4	326.000	453.592	564.285	527.002	686.882	706.473	734.691	745.062	748.207

4　結論

Suboptimizationの一部分として上記の結果は、まだ充分な精度をもったものではないが、この後、SLP法による最適断面形状の決定，SUMT法による全体の最適化という段階をふみ、反復くり返しの計算を行なう事によって、より正確な最適値を効果的に求めることができるわけである。

参考文献　1) Y. KONISHI and Y. MAEDA: Optimum Design of Trusses Using Suboptimization, Proc. of JSCE, No. 333, PP173-181, 1983.　2)日本橋梁建設協会：鋼道路橋原価計算表，昭和47年度版，1972