最大応力等高線の自動作図例について

正員　九州産業大学　薄　慶治

1 序

平面応力の状態にある弾性体の主応力曲線および主せん断応力曲線は普通の材料力学の教科書に示めされている。　こゝでは最大垂直応力および最大せん断応力の等しい点を結んでできる曲線すなわち最大垂直応力等高線および最大せん断応力等高線を二、三の例についてマイコンにより自動作図を行なったものである。

2 計算式

基準のx〜y直交座標軸に関する最大垂直応力およで最大せん断応力の式はつぎのとおりである。

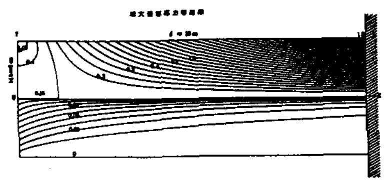
$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

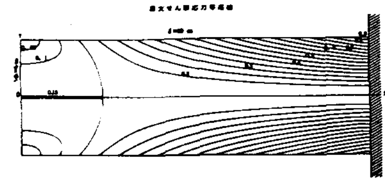
$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

こゝで、 τ , σ_x , σ_y は座標位置の関数として表わされるから、 σ_{max} , τ_{max} に一つ定数を与えればそれぞれ一本の曲線が得られ、この曲線上の各点では等値の最大垂直応力および最大せん断応力となっている。

3 例題

a) 自由端に集中荷重をうける片持バリの場合：





$\sigma_x = M \cdot x / I = P \cdot x \cdot y / I = 12P \cdot x \cdot y / bh^3$

$\sigma_y = 0$

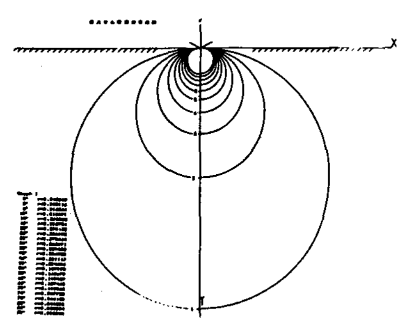
$\tau = Q_y S / Ib = 3P\ (h^2 - 4y^2)\ / 2bh^3$

$x/\ell = h^2/12\ell\ (y/h)\ \sigma_{max}^{-1}(\ \sigma_{max}^2 - (3/2h\ (1-4\ (y/h)^2)\ )\ 2)$

$x/\ell = h^2/6\ell\ (y/h)\ \cdot (\tau_{max}^2 - (3/2h\ (1-4\ (y/h)^2)\ )^2)^{1/2}$

支間中央に集中荷重をうける単純バリの場合：a) と同形

b) 鉛直集中荷重をうける半無限弾性体の場合：



$\sigma_r = 2P\cos\theta / r\pi$

$\sigma_x = \sigma_r \cos^2\theta$

$\sigma_y = \sigma_r \sin^2\theta$

$\tau = \sigma_r \sin\theta\ \cos\theta$

$\sigma_{max} = 2P\cos\theta / \pi r$

$\tau_{max} = P\cos\theta / \pi r$

4結

最大応力を等高線図示すると、その分布状態がわかりやすい。