境界要素法による弾性波動問題の解析

熊本工業大学　正員　○上杉　真平
熊本大学工学部　正員　大津　政康

1. はじめに

地震等による地盤の応答を求める問題は、これまで半無限弾性体における波動の伝播問題として解析が行なわれてきた。このような問題の厳密解法としては、級数解法に鏡像法を適用したものがあるが、この手法は適用範囲が狭く、P，SV波が入射する場合などに対しては適用が難しい[1),2)]。これに替わるものとして、近年このような問題に境界要素法が適用されるようになった。そこで本研究では、これまで行なってきた境界要素法の有用性についての検討結果[3)]にもとづいて、無限領域における境界要素法の定式化を半無限領域に適用していくつかの問題を解析し、この手法の有効性を示す。

2. 定式化

Fig. 1に示されるような等方，等質かつ線形の弾性体の領域における弾性波動問題の支配方程式は次のように表わされる。

$$(\lambda+\mu)u_{j,ji}(x,t)+\mu u_{i,jj}(x,t)+f_i(x,t)=\rho\ddot{u}_i(x,t)\quad,\ i,j=1,2,3 \tag{1}$$

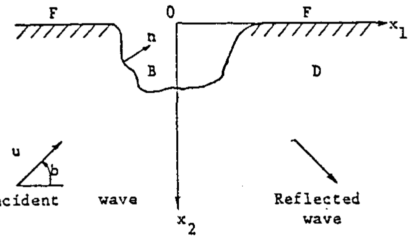

Fig. 1

ここに、u_iは変位，f_iは物体力，λ,μはLameの常数，ρは密度である。いま、平面ひずみ問題を考えるものとすると式(1)は次のようになる。

$$\text{面内}:\ (\lambda+\mu)u_{\beta,\beta\alpha}(x,t)+\mu u_{\alpha,\beta\beta}(x,t)+f_\alpha(x,t)=\rho\ddot{u}_\alpha(x,t) \tag{2}$$

$$\text{面外}:\ \mu u_{3,\beta\beta}(x,t)+f_3(x,t)=\rho\ddot{u}_3(x,t)\quad,\ \alpha,\beta=1,2 \tag{3}$$

物体力が無いものとし、定常状態を考えると、上式を満足する波動場$u_i(x)$は次のように表わされる。

$$u_i(x)=u_i^0(x)+u_i^s(x) \tag{4}$$

u_i^0, u_i^sは、それぞれ自由場および散乱場の変位である。ここで、散乱場の変位が一重層ポテンシャルによって表わされるものとすると、次のような積分表示式で表わすことができる[4)]。

$$\begin{aligned}\text{面内}&:\ u_\alpha(x)=\int_S U_{\alpha\beta}(x,\xi)\varphi_\beta(\xi)\,dS_\xi\\ \text{面外}&:\ u_3(x)=\int_S U_{33}(x,\xi)\varphi_3(\xi)\,dS_\xi\end{aligned} \tag{5}$$

ここに、$\varphi_i(\xi)$は積分密度である。$U(x,\xi)$は基本解と呼ばれ、次のように与えられている。

$$\text{面内}:\ U_{\alpha\beta}(x,\xi)=\frac{i}{4\mu}\left[H_0^{(1)}(k_s r)\delta_{\alpha\beta}+\frac{1}{k_s^2}\left(H_0^{(1)}(k_s r)-H_0^{(1)}(k_p r)\right)_{,\alpha\beta}\right] \tag{6}$$

$$\text{面外}:\ U_{33}(x,\xi)=\frac{i}{4}H_0^{(1)}(k_s r) \tag{7}$$

上式中、$H_0^{(1)}$は第1種Hankel関数であり、k_s, k_pは、それぞれS波およびP波の波数である。また、入射波とし

ては次のような平面波を仮定する。

$$\text{面内}：\quad u_1=\phi_{,1}-\psi_{,2} \qquad (7)$$
$$u_2=\phi_{,2}+\psi_{,1}$$
$$\text{面外}：\quad u_3=\exp(ik_s\cos b x_1+ik_s\sin b x_2) \qquad (8)$$

ここに、bは入射角であり、$\phi=\exp(ik_p\cos bx_1+ik_p\sin bx_2)$，$\psi=\exp(ik_s\cos bx_1+ik_s\sin bx_2)$は、それぞれPおよびSV波に関する入射のポテンシャルである。したがって、Fig.1のような地表構造物による弾性波の散乱現象に対しては、境界S(=B+F)上において応力自由の境界条件を課すことにより上式から積分密度φ_iが求められるので、全体場の変位u_iは、φ_iを式(5)に代入し、式(4)より得られる。

3. 数値解析例

地震波の散乱の問題を調べるために、本法を地下空洞，溝，渓谷の地震応答の解析に適用して周波数応答を求め、地形的影響について考察を行なった。数値解析にあたっては、前述した式を境界の一定要素分割によって離散化し、半無限境界を有限な長さ[3]で近似して計算を行なってある。Fig.2に、浅い地下空洞の円孔表面の変位振幅を$ka\le 1$の範囲で計算した結果を示す。図より、ここに示すような地下空洞においては、$ka=0.6$の場合に、点Aでは垂直入射，点Bでは水平入射時にあたかも固有振動（共振）が起ったかのような挙動を示すことがわかる。特定の周波数に対して円孔の応答が卓越することから、これらを共振周波数として参考にすることは耐震工学上、有意であろう。次に、三角形断面の渓谷の近傍に円孔が在るような場合の空洞表面の周波数応答を求めたものをFig.3に示す。明らかに、渓谷の側からの入射よりも、円孔の側からの入射に対して大きく応答しており、空洞に対する渓谷の影響がわかる。最後に、溝による地震動の減衰効果を調べるために、進行波に対する矩形溝表面の変位応答を計算したものをFig.4に示す。溝の深さdと幅Wの比を変化させて応答を調べてあるが、溝の遮蔽効果には幅Wよりも深さdの方が支配的であることがわかる。以上、SH波の場合についてのみ述べたが、P，SV波の場合についても同様の手法が適用可能である。詳細については講演当日に報告する予定である。

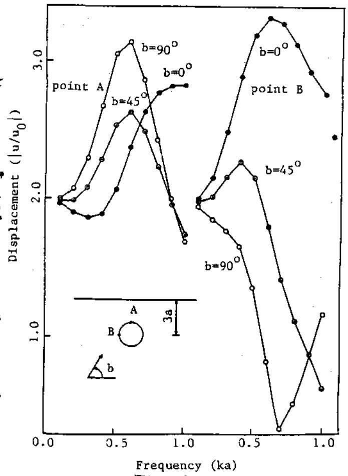

Fig. 2

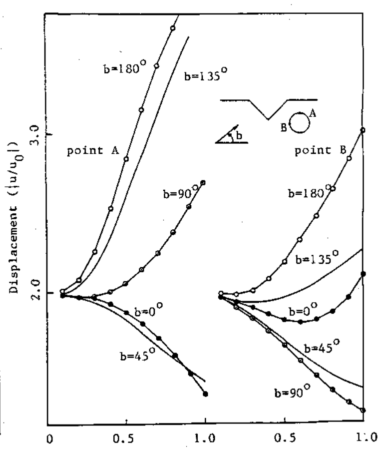

Fig. 3

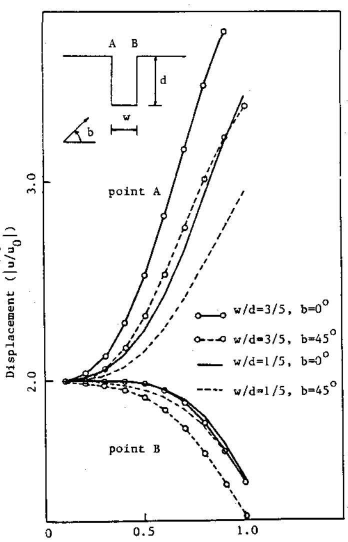

Fig. 4

〈参考文献〉 1) Kobayashi, S.; Some Problems of The Boundary Integral Equation Method in Elastodynamics, Proc. 5th Int. Conf. BEM in Eng., 1983

2) Dravinski, M.; Ground Motion Amplication due to Elastic Inclusions in a Half-Space, Earthq. Eng. Stru. Dyn. Vol 11, 1983

3) 大津，上杉；境界要素法による半無限弾性体の面外波動問題の解法，土木学会第39回年講概要集，1984

4) 大津，上杉；境界要素法による地表構造物のせん断地震波動入射時の応答解析，熊本大学工学部研究報告Vol.33, No.2, 1984