

境界要素法と有限要素法の結合によるSH波動場の解析

熊本大学工学部 学生員 ○勝又 成也
正 員 大津 政康

1. はじめに

地震時における、様々な地盤や構造物の挙動を把握することは地震工学上重要な問題である。FEMに加えて近年BEMにより、このような波動の伝播問題が解析されてきたが、FEMはその名の示すとおり無限領域の問題は扱いにくく、BEMは実際の地盤のように不均一な領域には適用しにくい。そこで、本研究では変分原理に基づき、両解析法を結合させることにより互いの欠点を補完して、SH波入射時の、地盤や構造物の挙動を調べることを目的としている。以下にその定式化の手法を述べ、この手法を無限地盤内の実際のトンネルを想定した円孔に適用し、その有効性を検討した。加えて、トンネル掘削時に生じる地盤のゆるみ域や、コンクリートライニングがトンネル表面の変位に与える影響について解析した。

2. BEMとFEMの結合解析

2次元平面ひずみ状態における面外定常波動問題の散乱場の支配方程式は、

$$\phi_{,ij} + k^2 \phi = 0$$

である。ここに、 k は波数である。これに変分法を用いて一般化された汎関数を定めると、

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0 (\phi_{,j} \phi_{,j} - k^2 \phi^2) dS - \int_{C_1} (\phi - \bar{\phi}) \frac{\partial \phi}{\partial n} d\theta - \int_{C_2} \phi \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial n} d\theta \quad (1)$$

となる。ここで、 C_1 は変位境界、 C_2 は応力境界を意味し、

$$\begin{aligned} \phi &= \bar{\phi} & \text{on } C_1 \\ \partial \phi / \partial n &= \partial \bar{\phi} / \partial n & \text{on } C_2 \end{aligned}$$

である。ただし、(1)式右辺の第2項の積分はFEMにおいてすでに満足されているため不要である。

(i) FEM領域 (1)式を ϕ で偏微分することにより次式を得る。ここで、 N_i は形状関数である。

$$\begin{aligned} & \int_0 \left\{ \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \phi_i + \frac{\partial N_j}{\partial x} \phi_j + \frac{\partial N_k}{\partial x} \phi_k \right) \frac{\partial N_i}{\partial x} \right. \\ & + \left(\frac{\partial N_i}{\partial y} \phi_i + \frac{\partial N_j}{\partial y} \phi_j + \frac{\partial N_k}{\partial y} \phi_k \right) \frac{\partial N_i}{\partial y} \left. \right\} dS \\ & - k^2 \int_0 (N_i \phi_i + N_j \phi_j + N_k \phi_k) N_i dS \\ & - \int_{C_2} N_i \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial n} d\theta = 0 \quad (2) \end{aligned}$$

ところで、定常状態におけるSH波動場 u は、入射場を u^0 として、

$$\partial u / \partial n = \partial u^0 / \partial n + \partial \phi / \partial n$$

を満足する。自由境界上では $\partial u / \partial n = 0$ であるから、

$$\partial \phi / \partial n = -\partial u^0 / \partial n$$

となる。よって(2)式は、要素の剛性を SK_{ij} として、

$$SK_{ij} = - \int_{C_2} N_i \frac{\partial u^0}{\partial n} d\theta \quad (3)$$

と表現することができる。

(ii) BEM領域 BEMにおいては積分密度 φ を用いて、

$$\phi_i = C_{ij} \varphi_j$$

$$\partial \phi / \partial n_i = D_{ij} \varphi_j$$

と表わされ、これらを(1)式に代入し、 φ_i 、 ϕ_i で偏微分すると、それぞれ次式のように表現することができる。

$$A_{ij} \varphi_j + B_{kl} \phi_k + L_k = 0$$

$$B_{ji} \varphi_j = 0$$

これら二式より、

$$BK_{il} \phi_l = B_{ji}^T A_{kj}^{-1} L_k \quad (4)$$

$$(BK_{il} = -B_{ji}^T A_{kj}^{-1} B_{kl})$$

を得る。

(iii) FEMとBEMの結合 (3)、(4)式を重ね合わせると、

$$\left[\begin{array}{c} SK \\ BK \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \phi_{FEM} \\ \phi_{FEM} + \phi_{BEM} \\ \phi_{BEM} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} f_{FEM} \\ f_{FEM} + f_{BEM} \\ f_{BEM} \end{array} \right\}$$

となり、これより ϕ が求められる。対象としているS

H場の変位は、

$$u_i = u_i^0 + \phi_i$$

で得ることができる。

3. 解析結果および考察

FEM領域とBEM領域を結合した半径 a の円孔モデルの例を図1に示す。この円孔は無限弾性体内に存在し、その軸に垂直な方向から、図に示す入射角 α で一定振幅のSH波が入射するものとする。

本手法・解析精度の検討のために、半径 a の円孔の円周を36に等分割し、入射波を与えたときの変位を実数部と虚数部に分け、級数解法による厳密解と比較した結果を表1に示す。結果によれば、実数部の諸値は1%以内、虚数部のそれも数%以内の相対誤差であるので、数値解析として十分な精度を満足している。ここで、表1の ka は波数と構造物の代表長さの積からなる無次元量パラメーターである。

次に、実際のトンネル断面を想定して、図2に示すように領域I, IIにFEMを、領域IIIにBEMを適用し、トンネル断面の半径を1.0としたときに、領域I, IIの半径方向の幅をそれぞれ、0.15, 0.85として解析した。また、先に述べた ka は(構造物の代表長さ)/(入射波の波長)とも表わされるから、コンクリート、ゆるみ域の地盤の ka をそれぞれ、0.01, 0.50とし、その周りの地盤の ka を0.05とした。図2に示す計算結果によれば、領域I, IIをゆるみ域としたものが全般的に最も大きな変位を示し、全領域を $ka=0.05$ の地盤としたものより約10%、領域Iをコンクリート、領域IIをゆるみ域としたものより約5%の変位増加を示している。これは予想されたことではあるが、地震波入射時のトンネル表面の変位量を、ゆるみ域は増加させ、逆にコンクリートライニングは減少させることが確認された。また、 $\alpha=0.0$ のときにおいては、領域I, IIをゆるみ域とした場合、 $\theta=0^\circ$ において最大変位を生じ、その他の場合は、 $\theta=0^\circ, 180^\circ$ において大きな変位を生じることを示している。詳細については当日説明する。

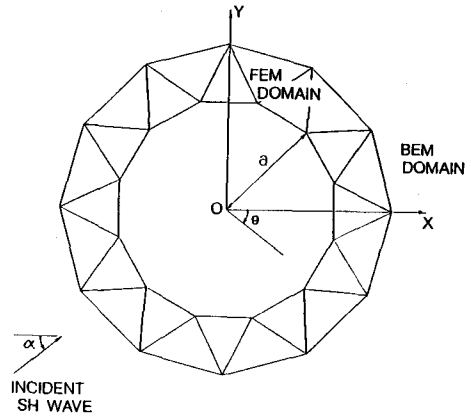


図1 解析モデル

表1 厳密解と解析解の比較 $ka=0.40, \alpha=0.0$

θ (DEGREE)	ANALYTICAL RESULTS		RESULTS OBTAINED	
	REAL	IMAGINARY	REAL	IMAGINARY
15	0.7174	0.6865	0.7189	0.6785
45	0.8122	0.4831	0.8111	0.4756
75	0.9267	0.1178	0.9274	0.1136
105	0.9784	-0.3118	0.9825	-0.3133
135	0.9532	-0.6775	0.9609	-0.6778
165	0.9100	-0.8812	0.9156	-0.8794

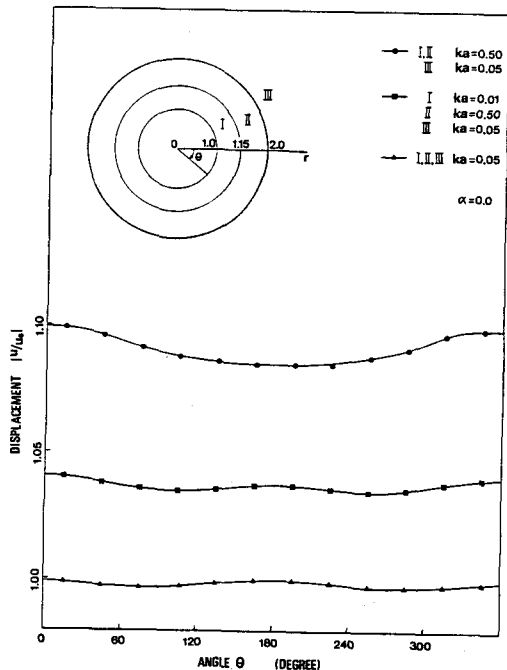


図2 無限地盤内の円孔表面の変位分布