

加速度波形の積分について

鹿児島大学工学部海洋土木開発工学科の正員 吉原 進
同 上 学生 山下 章夫

1. はしがき

特別の目的以外の通常の強震観測や、波動伝播実験においては、計測システムとしての小型化や簡便性のために、主として、いわゆる短周期型のピックアップが用いられることが多く、結果的には加速度波形が観測されることが多い。

加速度波形は、これに構造物の質量を乗ずると慣性力となることから、直ちに地震力が得られると言う特徴を持ち、普通の耐震解析には非常に便利である。しかし今日よく見られるような大型構造物やパイプライン系のように広がりのある構造物の耐震性の検討に際しては、入力位相差の問題が重要であり、この場合には加速度波形より変位波形が必要となることが多い。また地盤を伝わる地震波に伴って生ずる表面波の問題を検討しようとする場合、地盤のひずみとの対応がつきやすいと言うこともあって、やはり変位波形が必要となる。

本来加速度、速度と変位は、微分、積分によって互いに1対1に結ばれているもので、これらの何れかがわかっておれば、他の成分は必要に応じて積分又は微分を行えば簡単に求められるはずである。しかし地震時におけるそれらは当然ながら一定の明確な関数関係を示すわけでなく、また3つの成分を同時に観測することもないので、結局数値計算によらねばならず、計測された記録に含まれる各種誤差の他に、数値計算そのものにも誤差が伴うので、このことはそれほど簡単でない。旧くから多くの試みがあることからも明らかである。

そこで本文では、種々の積分の方法について、計算時間や計算結果の妥当性の検討を行なうことにした。その際実地震波形としては、耐震解析によく用いられるEl CentroおよびTaftの各2成分を用いることにしたが、結果の妥当性を検討するためには、加速度、速度、変位の対応関係が明確に定められているものを用いる必要がある。誤差のないこのような振動波形を理想地震波として用いることにした。

2. 理想地震波

結果の妥当性を検討するためには、微分、積分の相互の関係が予め知られており、しかも誤差がなく、また実地震波に近い性質を持つ波形を用意しておかねばならない。実地震波のように非定常性を持つ疑似ランダム波として、次の関数を用いる事にした。

$$y(t) = \alpha t^n e^{-\beta t} \sum_{i=1}^N A_i \sin(\rho_i t + \varphi_i) \quad \text{---- (1)}$$

この関数を変位と考えれば、速度、加速度は、式は改めて示さないが、上式を順次微分すれば解析的に求められる。この関数において、 $n \geq 2$ とすれば、変位、速度、加速度のいずれも $t=0$ で 0 となるが、 $n < 2$ とすると 0 に ならず、初期値について検討するのに便利である。なおこの関数は、パラメータの設定によってはいわゆる人工地震波にもなり得るが、ここでは単に積分、微分の検討を行なうだけであるので、例題波として適当な周期と振幅をもつ10個の成分波を採用した。

3. 積分にあたっての問題点と積分の方法

数値積分を行なう上で問題となる記録上の誤差は数多くあるが、そのうち影響の大きいものは

計測システムのドリフトに伴う誤差

AD変換に伴う誤差

初期値の不明

等である。これらの誤差や数値計算上の誤差のために、原波形をそのまま積分した場合、その結果は、通常は、

0線を中心とした振動波形とはならず、一方向に流れた結果となり、我々の経験に反することになりがちである。加速度波形から変位波形を求める場合は、このような積分を2回行なう必要があるので、この影響が一層大きくなる。これまでに多くの方法が試みられているのは、主にこのような問題点をどのように克服するかに主眼があったと思われる。

ここで用いた積分の方法としては

- a) ニューマークの線形積分法
- b) フーリエ変換法

のような普通よく持ちいられる方法に加えて、新しく次の方法を試みた。

- c) 1自由度線形系の応答による方法
- d) 積分、微分を繰り返す方法

c)の方法は振動現象が、1自由度線形振動系であるピックアップからの出力として計測されることを応用したものである。我々が普通加速度波： $\ddot{z}$ とみなしているものは、短周期振動系（固有円振動数： ω_a ，減衰定数： R_a ）のこの入力地震動加速度： $\ddot{z}$ に対する相対変位： x であるから、これを $A = \omega_a^2 x$ とすれば、真の入力加速度（地震動加速度： $\ddot{z}$ ）は

$$\ddot{z} = -\left(\frac{\ddot{A}}{\omega_a^2} + 2R_a \frac{\dot{A}}{\omega_a} + A\right) \quad \text{--- (2)}$$

であたえられる。ここに $\dot{A}$, $\ddot{A}$ は A の1回微分, 2回微分である。

また地震波（地震動変位： z ）は、この入力地震動加速度： $\ddot{z}$ に対する長周期振動系（ ω_d , R_d ）の相対変位： D であるから、

$$\ddot{D} + 2R_d \omega_d \dot{D} + \omega_d^2 D = -\ddot{z} \quad \text{---- (3)}$$

の相対変位： D を求めればよいことになる。 $\dot{D}$, $\ddot{D}$ は振動系の振子の速度, 加速度である。

いずれの方法であっても先に述べたような誤差のために結果の補正が必要になる。その代表的なものは基線を多項式で近似修正して最小自乗法で確定する方法であろう。これはドリフトによる誤差を系統誤差であると考えればそれなりの意義も認められるが、新に設定される基線の物理的な根拠が少し薄弱であるといえる。そこでd)では一旦積分して最小自乗法による補正を行なった後、これを微分して原記録との残差の自乗和を求め、これが一定値以上の場合は、微分によって得られたものを原記録に置き換えて、再度計算を繰り返し残差の自乗和を一定値以下に収束させようと言う方法である。

なおこれらの計算に際して、積分、微分そのものの計算の精度についても、予め検討しておかねばならない。誤差を含まない前述の理想地震波を用いてこれを検討した。その結果は、いくつか考えられるどの方法によっても大差ないことをたしかめた。

4. 結果

理想地震波形と積分計算の一例を次に示すが他の結果等は講演地に述べる。

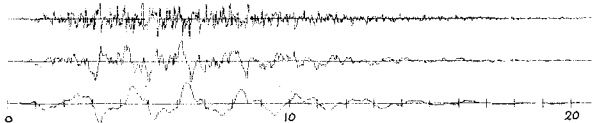


図 - 1 理想地震波

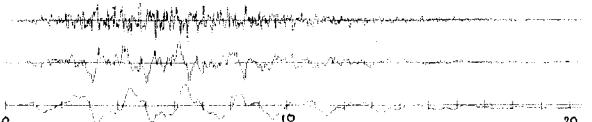


図 - 2 積分例 理想地震波 by (b)

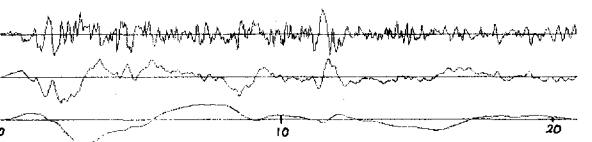


図 - 3 積分例 ElCentro-EW by (d)