

活荷重による道路橋の不規則応答解析モデルに関する一考察

長崎大学工学部 正員 ○ 岡林 隆敏
 長崎大学大学院 学生員 山手 弘之
 長崎大学工学部 学生員 坂元 雅広

1. はじめに

道路橋に作用する活荷重は様々な不確定な要因に支配されているために、これを確率モデルにより構成し、道路橋の信頼性を理論的に評価しようとする試みがなされている⁽¹⁾。しかし、車両重量をとっても、正規確率変数からかなりかけ離れた非正規分布になるために、応答量も非正規分布となる。極値解析はこれまで正規確率過程について主に研究されており、非正規確率過程に関する効果的な理論は確立していない。本研究は、これまで提案されている活荷重の連続な確率過程によるモデル化と、ポアソン過程によるモデル化による応答の関係について検討すると共に、この結果より非正規過程の極値解析を行なう場合、それぞれの荷重モデルに含まれる問題点について考察を加えたものである。

2. 活荷重のモデル化について

図-1のように渋滞時における道路橋の応答を曲げモーメントで評価する。交通流の調査より実測データを用いたシミュレーションが実施されているが、曲げモーメント応答を理論的に評価するためには、まず車両列を確率モデルで構成し、次に不規則応答解析を行なう手順をとる。

1) 活荷重の連続な確率過程によるモデル化⁽²⁾⁽³⁾ (a)不規則分布荷重に

よるモデル化⁽²⁾ 高岡・白木は活荷重を図-2(a)のような不規則分布荷重 $g(x)$ でモデル化し、これを平均値と指数形の自己相関関数を有する確率過程で表現している。ここに、 $\wedge$ の記号は平均値回りの変動を表す。

$$(i) E[g(x)] = \bar{g} \quad (ii) E[\hat{g}(x_1)\hat{g}(x_2)] = \sigma^2 e^{-\alpha|x_1-x_2|} \quad (1)$$

(b)不規則分布荷重を移動させたモデル⁽³⁾ 藤野は分布荷重を時間的に移動させたflowを考慮したモデルを提案している。その他の仮定は、(1)式を用いている。交通流を定常過程と考えると、スペクトル表示が可能になり、(1)式の自己相関関数は $S_g(\Omega) = 2\alpha S_0 / (\Omega^2 + \alpha^2)$, $\alpha^2 = 2\pi S_0$ 。 (2)

で表わされる。図-2(b)参照

2) ポアソン過程によるモデル化⁽⁴⁾

T時間に到着する車両台数をポアソン過程であるとしたモデルを久保等が提案している。このときの仮定として (i)車両台数はポアソン過程とする (ii)荷重の作用点は一様分布である (iii)車両重量は互に独立である。曲げモーメント応答は複合ポアソン過程となり、曲げモーメントの確率分布を直接誘導することができる。

3. 不規則分布荷重による応答⁽²⁾

単純ばりを解析の対象と考える。

曲げモーメントのグリーン関数 $G(x, \eta)$ を用いると、分布荷重 $g(x)$ による曲げモーメントとせん断力の応答は、 $M(x) = \int_0^l G(x, \eta) g(\eta) d\eta$, $M'(x) = \int_0^l \dot{G}(x, \eta) g(\eta) d\eta$ となる。ここにグリーン関数は (3)

$$G(x, \eta) = (x-\eta)\eta/l \quad (\eta \leq x), \quad = (\eta-l)x/l \quad (\eta > x)$$

である。曲げモーメント・せん断力の共分散は、

$$E[\hat{M}(x)\hat{M}(x_2)] = \int_0^l \int_0^l G(x, \eta) G(x_2, \eta_2) E[g(\eta)g(\eta_2)] d\eta d\eta_2 \quad (4)$$

$$E[\hat{M}(x)\hat{M}(x_2)] = \int_0^l \int_0^l G(x, \eta) G(x_2, \eta_2) E[g(\eta)g(\eta_2)] d\eta d\eta_2 \quad (5)$$

となる。

具体的な計算例として、(1)式の極限として、白色雑音過程を仮定した場合

$$E[\hat{g}(x)\hat{g}(x_2)] = \sigma^2 \delta(x_1 - x_2) \quad (6)$$

支間中点の曲げモーメントとせん断力の分散は

$$E[\hat{M}(l/2)^2] = \sigma^2 l^3 / 48, \quad E[\hat{M}'(l/2)^2] = \sigma^2 l / 2 \quad (7)$$



図-1 渋滞時の道路橋

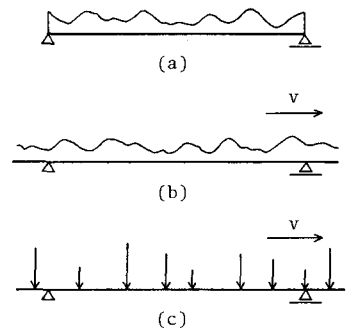


図-2 活荷重モデル

となる。指数関数形の自己相関関数(1)式の場合、支間中点の曲げモーメントの分散のみを示せば、次式となる。

$$E[\hat{M}(\ell/2)^2] = (\sigma^2/\alpha^2) \left(\frac{1}{2} e^{-\alpha\ell} - 2e^{-\frac{\alpha\ell}{2}} + \frac{1}{24} \alpha^2 \ell^2 - \frac{\alpha\ell}{2} + \frac{3}{2} \right) \quad (8)$$

4. 移動を考慮したモデルによる応答⁽³⁾

分布荷重が速度 v (km/h) で移動すると仮定すると、着目点の応答の時間的変化は定常過程になる。支間中点の曲げモーメントとその時間微分は、次式で表される。

$$\dot{M}(t) = \int_{-\ell/2}^{\ell/2} h(x) \dot{g}(x-vt) dx \quad (9)$$

$$\hat{M}(t) = \int_{-\ell/2}^{\ell/2} h(x) \hat{g}(x-vt) dx$$

ここに、 $h(x)$ はグリーン関数で、次式で与えられる。

$$h(x) = \frac{1}{4} \ell \left(1 + \frac{x}{\ell} \right) \left(-\frac{x}{\ell} \leq x \leq 0 \right), = \frac{1}{4} \ell \left(1 - \frac{x}{\ell} \right) \left(0 \leq x \leq \frac{\ell}{2} \right)$$

(9) 式の両辺をフーリエ変換すると $M(t)$ 、 $\dot{M}(t)$ のパワースペクトル密度 $S_M(\omega)$ 、 $S_{\dot{M}}(\omega)$ が得られ、Wiener-Khinchine の定理より、 $M(t)$ と $\dot{M}(t)$ の分散が得られる。

$$\sigma_M^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_M(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} |H(j\omega)|^2 S_g(\omega) d\omega \quad (10)$$

$$\sigma_{\dot{M}}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\dot{M}}(\omega) d\omega = v^2 \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |H(j\omega)|^2 S_g(\omega) d\omega$$

ここに、 $H(j\omega)$ は $h(x)$ の伝達関数であり、次式で表される。

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{4}{\pi^2} \sin^4 \left(\frac{\omega \ell}{4} \right) \quad (11)$$

$\hat{g}(x)$ をパワースペクトル密度 $S_g(\sigma^2 = 2\pi S_0)$ を有する白色雑音と仮定した場合

$$\sigma_M^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |H(j\omega)|^2 S_0 d\omega = \sigma^2 \ell^3 / 48 \quad (12)$$

$$\sigma_{\dot{M}}^2 = v^2 \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |H(j\omega)|^2 S_0 d\omega = \sigma^2 v \ell / 2$$

となる。また、 $g(x)$ を指数関数形の自己相関関数を有する(1)式の場合とすると、(2)式のパワースペクトルを用いて(10)式の留数積分を実行することにより、(8)式と同じ解を得る。

5. ポアソン過程でモデル化した場合の応答⁽⁴⁾

都市高速道路の渋滞の状況にはポアソン過程が適合しないが、車両の重量分布が既知であれば、応答の確率密度関数を直接誘導することができる。

ここで、 $M(t)$ と $\dot{M}(t)$ の同時確率密度関数を考える。

$M(t)$ 、 $\dot{M}(t)$ の特性関数 $\phi_{MM}(\theta_1, \theta_2)$ が求められると、 $M(t)$ 、 $\dot{M}(t)$ の分布は、次式で評価できる。

$$f_{MM}(x, y) = (1/2\pi)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{MM}(\theta_1, \theta_2) e^{-i\theta_1 x - i\theta_2 y} d\theta_1 d\theta_2 \quad (13)$$

車両の重量分布の確率密度関数を $f_p(x)$ とすると、それぞれ $f_p(x)$ に関係した2変数の特性関数は、

$$g(\theta_1, \theta_2) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{(i\theta_1 + i\theta_2)x} f_p(x) dx \quad (14)$$

となる。

次に、荷重列 P_k による支間中点の $M(t)$ と $\dot{M}(t)$ の応答は

$$M(t) = \sum_k h(t, S) P_k \quad (15)$$

$$\dot{M}(t) = \sum_k \dot{h}(t, S) P_k$$

$$\begin{aligned} \text{ここに、} h(t, S) &= \frac{1}{2} v(t-S) & 0 \leq (t-S)v \leq \ell/2 \\ &= \frac{1}{2} (\ell - v(t-S)) & \ell/2 \leq (t-S)v \leq \ell \end{aligned}$$

(2) の3節の仮定のもとに式の変形を行なうと、応答の特性関数を得ることができる。

$$\phi_{MM}(\theta_1, \theta_2) = \exp \left\{ \lambda \int_0^T [g(\theta_1 h(t, S), \theta_2 \dot{h}(t, S)) - 1] dS \right\} \quad (16)$$

さらに、 $g(\theta_1, \theta_2)$ をモーメントで展開すると

$$\phi_{MM}(\theta_1, \theta_2) = \exp \left\{ \lambda \sum_{k,l} \frac{(\theta_1^k \theta_2^l)^k}{k! l!} E[P^k] \int_0^T [h^k(t, S) + \theta_2 \dot{h}^k(t, S)] dS \right\} \quad (17)$$

となり、 $M(t)$ 、 $\dot{M}(t)$ に関する高次キュムラントを得る。

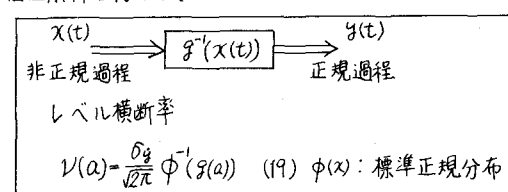
$$K_{k,l} = \lambda E[P^{k+l}] \int_0^T h^k(t, S) \dot{h}^l(t, S) dS \quad (18)$$

$k=2, l=0$ 、 $k=0, l=2$ はそれぞれ(7)式及び(8)式の応答に対応する。

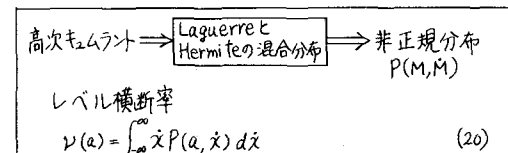
6. 信頼性解析についての考察

活荷重の重量分布は非正規分布となり、既往の正規分布による極値解析では信頼性の評価はできない。

(a) 確率過程によるモデルでは、通常2次の統計量しか求めていないので、次のような非線形変換を行なって極値解析を行なう。



(b) ポアソン過程によるモデル化では、高次キュムラントが得られるので、これを用いて非正規分布を構成する。



確率過程モデルでは $g(x)$ の解析的表示が困難であること、ポアソンモデルでは、高次キュムラントのみで分布が合成できるかどうかの問題がある。

- [文献] (1) 阪神公団設計荷重委員会報告 昭和59年3月
(2) 高岡・白木 土木学会論文報告集, 第334号, 1983年6月
(3) 藤野 文献(1)の8章2節
(4) 藤塚・松村・久保 土木学会論文報告集 第344号/I-1, 1984年4月