

道路橋の走行荷重応答の解析モデルに関する二、三の考察

九州大学工学部 学生員 奥蘭 稔

九州大学工学部 正員 彦坂 照

1. 緒言

重車両の走行にともなう橋梁の振動は、ともに多自由度の振動系であり橋梁と車両の連成振動問題となる。車両質量の移動にともない橋梁の振動数ばかりでなく振動モードも変化してゆくはずであるが、既往のほとんどすべての解析において、橋梁の応答は荷重がないときの自由振動モードの和として求められており、特に単純桁橋のスパン中央点の応答解析には1次振動モードのみを用いるのが普通である。本研究では、有限要素法により橋梁-車両系の運動方程式を直接解いて、既往の解析の妥当性を検証した。

車両に関しては、従来の多くの解析に用いられてきた1自由度系および2自由度系車両モデルを考え、両者による橋梁の応答を比較した。

2. 有限要素法による橋梁-車両系の応答解析

a). 運動方程式 図-1に示す1自由度振動系にモデル化された車両が、一定速度 v で走行する際の橋梁-車両系の運動方程式は次のようになる。橋梁は曲げ剛性 EI 、単位長当りの質量 m 、減衰係数 C_b のはり要素に分割し、要素 i 上に車両があるとき、

橋梁の運動方程式

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + C_b \frac{\partial w}{\partial t} = \begin{cases} M_0(g - \ddot{z})\delta(x - vt) & \text{要素}(i) \text{のみ} \\ 0 & \text{要素}(i) \text{以外の要素} \end{cases}$$

但し、 g は重力の加速度、 $\delta(x)$ はディラックのデルタ関数

はり要素には1節点2自由度、 4×4 の剛性マトリックスと整合質量マトリックスを用い、構造系全体の運動方程式は、

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} - M_0 g \left(1 - \frac{\ddot{z}}{g}\right) \begin{Bmatrix} 0 \\ f_i \\ 0 \end{Bmatrix} = 0 \quad (1)$$

また、ばね上質量の運動方程式は、

$$\ddot{z} + 2h\omega_0(\dot{z} - \{f_i\}^T\{\dot{u}_i\}) + \omega_0^2(z - \{f_i\}^T\{u_i\}) = 0 \quad (2)$$

ここに、 $[M]$: 質量マトリックス、 $[C]$: 減衰マトリックス、 $[K]$: 剛性マトリックス

$\{u\}$: 変位ベクトル、 $\{u_i\}$: 要素 i の変位ベクトル、 $\{f_i\}$: 4×1 の走行荷重マトリックス

ω_0 : 車両の固有円振動数、 h : 車両の減衰定数

但し、橋梁の減衰は走行荷重応答に及ぼす影響は小さいので、簡単のため、 $[M]^{-1}[C] = 2h\omega_0^{-1}[I]$ と仮定する。

(h : はりの減衰定数、 ω_0 : はりの1次固有円振動数、 $[I]$: 単位行列)

b). 数値計算例と考察 表-1の諸元をもつ単純桁橋上を重量30 tonの車両が40 km/hの速度で走行する場合について、スパン中央点のみに節点を設けた2分割有限要素法と1次モードのみを用いた振動形解析法による応答を比較する。図-2は、スパン長20 m、総重量48.4 t

の単純桁橋のスパン中央点における応答、また図-3では橋梁と車両の固有振動数が近接するスパン長40 mの単純桁橋の応答を示す。図中、破線でプロットした振動形解析法の解は実際の有限要素解とほとんど重なり、

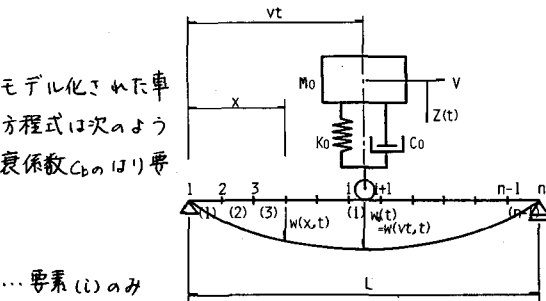


図-1 橋梁-車両系解析モデル

表-1 単純桁橋の諸元					車両パラメータ	
支間 L (m)	総重量 (ton)	曲げ剛性 EI (kg·cm ²)	1次固有 振動数 (Hz)	減衰 定数	総重量 (ton)	30.0
20.0	48.4	6.21×10^{12}	6.23	0.02	固有振動数(Hz)	3.0
40.0	106.8	24.41×10^{12}	2.93	0.02	減衰定数	0.0
					走行速度V(km/h)	40.0

おり、車両の重量が相当大きい場合でも橋梁の走行荷重応答に振動形解析法を用いてよいことがわかる。

3. 1自由度系および2自由度系車両モデルによる解析

図-4のような2自由度系車両モデルの1次固有円振動数は、次式のようになる。

$$\omega_1 = \frac{\omega_s^2}{2} \left[1 + \frac{1}{\lambda} (1 + \mu) - \sqrt{\left\{ 1 + \frac{1}{\lambda} (1 + \mu) \right\}^2 - \frac{4\mu}{\lambda}} \right] \quad (3)$$

$$\text{ここに、} \omega_s = \sqrt{k_s / M_s}, \quad \lambda = M_T / M_s, \quad \mu = k_T / k_s$$

いま、上の ω_1 に等しい固有円振動数 $\omega_0 = \omega_1$ 、質量 $M_0 = M_s + M_T$ ともし1自由度系車両モデルと考えれば、その等価ばね定数 k_0 は

$$k_0 = \frac{k_s}{2} (1 + \lambda) \left[1 + \frac{1}{\lambda} (1 + \mu) - \sqrt{\left\{ 1 + \frac{1}{\lambda} (1 + \mu) \right\}^2 - \frac{4\mu}{\lambda}} \right] \quad (4)$$

スパン長40m、総重量106.8ton、1次固有振動数2.94Hzの単純桁橋上と表-2のパラメータをもつ1自由度系および2自由度系の車両モデルが40km/hの速度で走行する場合の橋梁-車両系の応答を図-5に示す。2自由度モデルの車両初期条件は $z_1 = \dot{z}_1 = 0$ とし、 z_s 、 $\dot{z}_s$ とそれぞれ1自由度モデルの初期条件 z 、 $\dot{z}$ に一致させた。2自由度系車両モデルの2次固有振動数は通常10Hz以上となるので橋梁の応答にあまり影響せず、式(4)の等価ばね定数 k_0 を用いることにより、1自由度系車両モデルと橋梁の走行荷重応答に用いて十分と思われる。

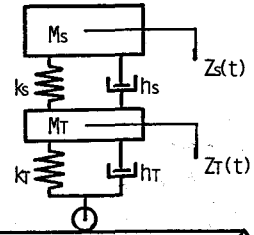


図-4 2自由度系車両モデル

表-2 車両パラメータ

2自由度系車両		1自由度系車両	
ばね上重量 M_s (ton)	20.6	総重量 M_0 (ton)	24.4
ばね下重量 M_T (ton)	3.8	固有振動数(Hz)	3.0
総重量 (ton)	24.4	ばね定数 k_0 (kg/cm)	8850.0
1次固有振動数(Hz)	3.0	減衰定数	0.03
2次固有振動数(Hz)	14.7	走行速度(km/h)	40.0
ばね定数 k_s, k_t (kg/cm)	15700.0		
減衰定数 n_s, n_t	0.03		
走行速度(km/h)	40.0		

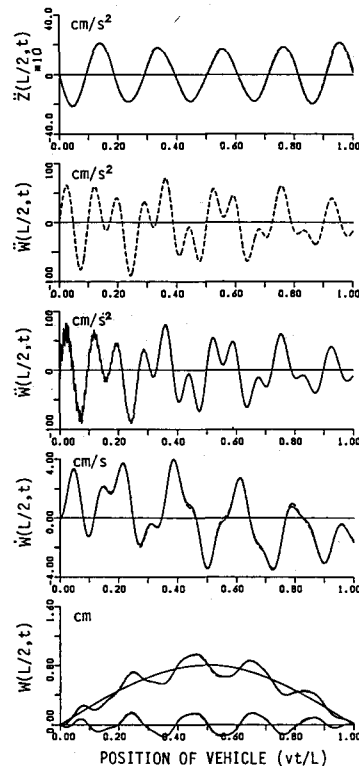


図-2 支間20m橋の動的応答

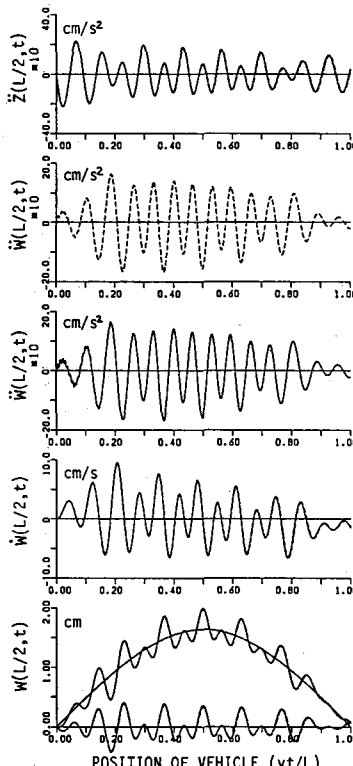


図-3 支間40m橋の動的応答

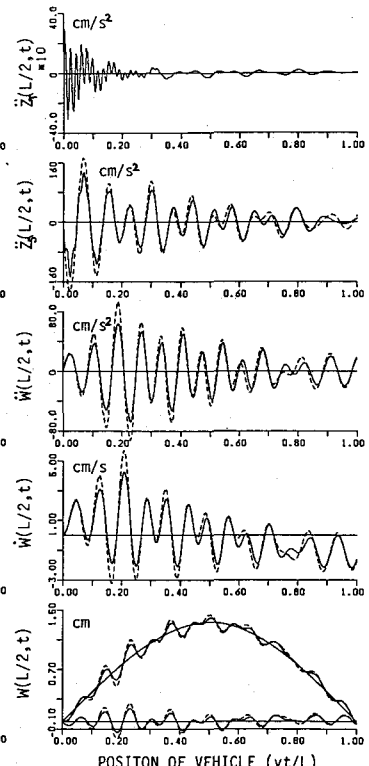


図-5 車両モデルによる応答の比較