

非正規確率過程による道路橋の信頼性解析

長崎大学大学院 学生員 〇山手 弘之
 長崎大学工学部 学生員 坂元 雅広
 長崎大学工学部 正員 岡林 隆敏

1. はじめに 活荷重による道路橋の信頼性を評価するために、活荷重による道路橋応答に関する解析モデルが⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾いくつか提案されている。しかし、活荷重としてモデル化される自動車は、車両重量、車間距離、その他の特性値を確率変数で表現せざるを得ない複雑な状況を示す。さらに、これらの確率変数は正規分布とかなりかけ離れた確率特性を示す。従って、活荷重による応答過程は非正規確率過程となる。本研究は、応答の確率密度関数を級数展開する方法を、道路橋の曲げモーメント応答の極値解析に適用するものである。

2. Poisson過程による活荷重のモデル化と $M(t)$ 及び $\dot{M}(t)$ の確率密度関数 支間長 l の単純ばりに、自動車荷重列が載荷する場合の支間中央点 $x=l/2$ に着目する(図-1)。複合Poisson確率過程を構成するために次の仮定を設ける。i) 車両台数 $N(t)$ はPoisson過程、ii) 車両重量 P_k は互いに独立な同一分布、iii) 車両の作用する点 S は一様分布、iv) 単位時間発生率 $\lambda = \alpha v$ 。支間中央点 x での曲げモーメント $M(t)$ の確率密度関数を $f_M(x)$ とし、それに対応する特性関数を $\phi_M(\theta)$ とすれば、両者はフーリエ変換の対の関係にある。

$$\phi_M(\theta) = E[e^{i\theta x}] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\theta x} f_M(x) dx, \quad f_M(x) = (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} \phi_M(\theta) \cdot e^{-i\theta x} d\theta \quad (1)$$

従って、特性関数 $\phi_M(\theta)$ が求められれば(1)式によって確率密度関数 $f_M(x)$ を求めることができる。 $\phi_M(\theta)$ は上記の仮定を用いると次式のように導くことができる。

$$\phi_M(\theta) = \exp\left[\lambda \int_0^L [g(h(t, S)) - 1] dS\right] = \exp\left[\sum_{n=1}^{\infty} K_n (i\theta)^n / n!\right] \quad (2)$$

ここに、 $g(h(t, S))$ は P_k に関する特性関数、 $h(t, S)$ はグリーン関数、また、 K_n は n 次のキュムラントであり次式で与えられる。

$$K_n[M(t)] = (\lambda/v) \cdot E[P^n] \int_0^L w(x)^n dx \quad (3)$$

ここに、 v は車両の移動速度、 $w(x)$ は点 x における曲げモーメントの影響線関数、 $E[\cdot]$ は期待値である。ここで、 P として指数分布 $f_P(y) = \beta e^{-\beta y}$ 、 $\lambda = 0.1(1/m)$ 、 $L = 50.0(m)$ 、 $\beta = 0.5(1/t)$ とすれば図-2の結果が得られる。なお、フーリエ変換にはFFT法を用いた。また、 $M(t)$ の時間微分 $\dot{M}(t)$ についても同様な処理を行えば、 $M(t)$ の確率密度関数 $f_M(x)$ を求めることができる(図-3)。

3. シミュレーションと解析解との比較 車間距離、車両重量がとも

に指数分布に従うとしてシミュレーションを行なう。図-2、図-3はシミュレーションによる $M(t)$ と $\dot{M}(t)$ の確率密度関数と2.で求めた結果を示したものである。図-4、図-5は $v=3(m/sec)$ としたときの $M(t)$ と $\dot{M}(t)$ のシミュレーション波形である。 $M(t)$ に関しては、文献(2)ですでに求められているが、ここでは新しく $\dot{M}(t)$ の確率密度関数を求めた。図からわかるように、 $M(t)$ も $\dot{M}(t)$ も非正規確率過程となる。また、これらの結果はいずれも数値解であり、 $M(t)$ 、 $\dot{M}(t)$ の値の大きいところの挙動を正確に表現することができない。そこで、 $M(t)$ 及び $\dot{M}(t)$ の高次統計量とならぬ n 次キュムラント及び n 次モーメントを用いてこれらの非正規過程の確率密度関数を表わすことを試みる。

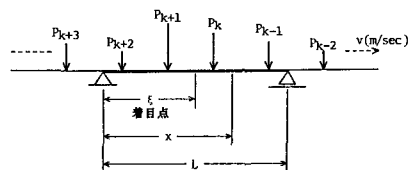
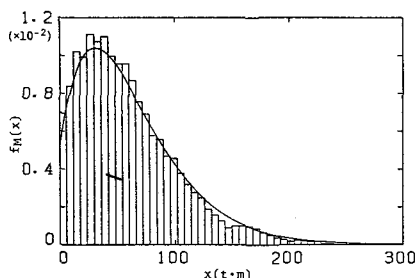
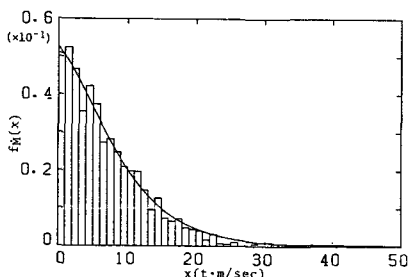


図-1 自動車列モデル

図-2 $M(t)$ の確率密度関数図-3 $\dot{M}(t)$ の確率密度関数

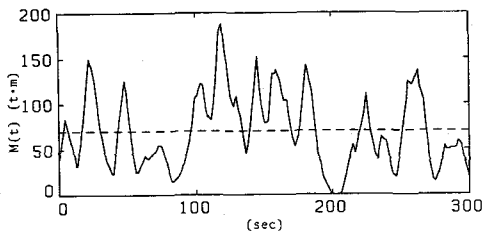


図-4 M(t)の標本関数

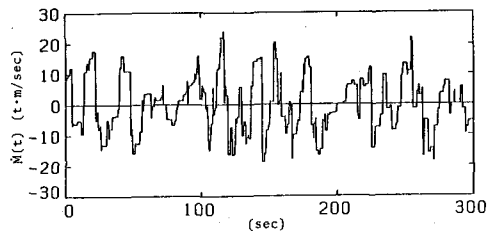


図-5 M(t)の標本関数

4. $M(t)$ と $\dot{M}(t)$ の級数展開表示 図-2, 図-3に示したように $M(t)$ の分布は正領域のみの変動でGamma分布に近い形をしており, $\dot{M}(t)$ は左右対称である。従って, $M(t)$ の分布にはLaguerre展開表示を, $\dot{M}(t)$ の分布にはHermite展開表示を試みる。

Laguerre展開表示

$$P(x) = \frac{x^{m-1} e^{-x/S}}{\Gamma(m) S^m} \left\{ 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n! \Gamma(m)}{\Gamma(m+n)} \langle L_n^{(m-1)}(x/S) \rangle L_n^{(m-1)}(x/S) \right\} \quad (4)$$

$$L_n^{(\alpha)}(x) = \sum_{j=0}^n \frac{\Gamma(n+\alpha+1)}{\Gamma(n-j+1) \Gamma(\alpha+j+1)} \frac{(-x)^j}{j!}$$

$m = \langle x \rangle^2 / \sigma^2$, $S = \langle x \rangle / m$, $\langle \rangle$ は平均操作を意味する。

Hermite展開表示

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\} \left\{ 1 + \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \alpha_n H_n\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) \right\} \quad (5)$$

$$\alpha_n = \frac{(-1)^n}{n!} \int_{-\infty}^{\infty} H_n\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) P(x) dx, H_n(x) = x^n - \frac{n}{2} x^{n-2} + 3\frac{n}{3} x^{n-4} - \dots$$

(4)式による $M(t)$ の分布を図-6に示した。また、裾の部分と拡大したものが図-7である。ピーク付近での適合性は余り良くないが、 x/σ が大きいところでは n の値にかかわらず良い一致を示している。次に(5)式による $M(t)$ の分布を図-8に、裾の部分を図-9に示した。0の近傍では $n=8$ がよく適合するが、これは $x \gg 1$ における挙動がよくない。 n の項数が少なく適合度の良いものとして $n=4$ が良いと考えられる。

5. 信頼性の評価 $M(t)$ 及び $\dot{M}(t)$ を上記のような分布に従うとして信頼性解析を行なう。正方向の単位時間の平均横断回数は次式で表わされる。

$$V_1(a, t) = \int_0^{\infty} \dot{M} P(a, \dot{M}) d\dot{M} \quad a: \text{曲げモーメントの許容レベル}$$

$P(M)$ と $P(\dot{M})$ が独立であると仮定した場合

$$V_1(a, t) = P(a) \int_0^{\infty} \dot{M} P(\dot{M}) d\dot{M}$$

a は比較的大きな値を与えるので $P(a)$ は小さい確率が問題となる。また、 $\int_0^{\infty} \dot{M} P(\dot{M}) d\dot{M}$ は $\dot{M}$ の正領域の1次モーメントであるので、このような量が正しく評価される必要がある。

解析結果については、講演時に発表する予定である。

<参考文献> (1)高岡他:土木学会論文報告集,第334号,1983-6

(2)篠塚他:土木学会論文報告集,第344号/I-1,1984-4, (3)阪神公団:HDL委員会報告書, (4)太田:応用物理,第33巻第9号(1964)

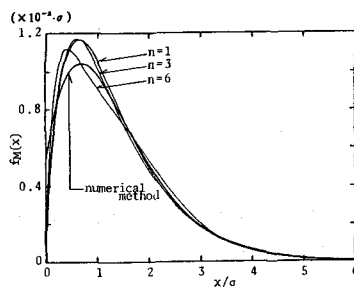


図-6 統計的Laguerre展開表示による $M(t)$ の分布

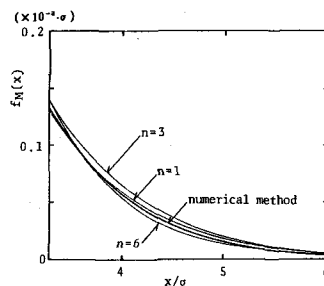


図-7 拡大した $f_M(x)$ の裾の部分

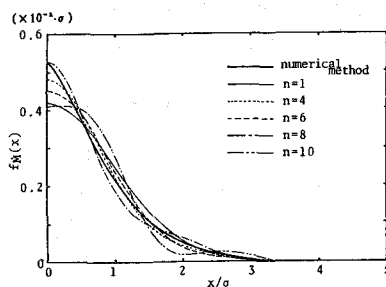


図-8 統計的Hermite展開表示による $M(t)$ の分布

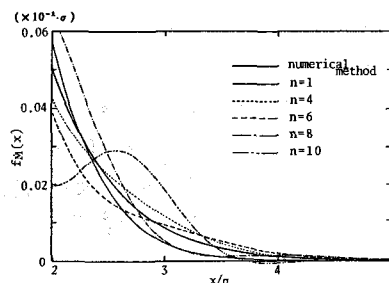


図-9 拡大した $f_M(x)$ の裾の部分