

II-33

室見川領域における透水量係数の分布特性

九州大学工学部 学生員○鶴田明寛 正員 神野健二 上田年比古

1.はじめに: 広域地下水流動に関する計算精度を高めるためには、帯水層の水文地質パラメータである透水量係数や貯留係数などの空間分布や統計的性質をより高い精度で推定する必要がある。本報では福岡市室見川流域での21地点の透水量係数の野外データ为例にとり透水量係数の空間分布の推定方法について検討を加えたものである。

2.透水量係数の空間分布の推定方法: ここでは透水量係数の対数変換値 $Y(x,y)$ の空間分布を、トレンド成分、地層の変化などを表わす周期成分および全くランダムな白色雑音からなる2次元確率変数と考える。そこでトレンド成分を除いた $Y(x,y)$ を2次元フーリエ級数に展開する:

$$Y(x,y) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} [\alpha_{mn} \sin(2\pi mx/\ell_x + 2\pi ny/\ell_y) + \beta_{mn} \cos(2\pi mx/\ell_x + 2\pi ny/\ell_y)] \quad (1)$$

ここで、 $Y(x,y)$ は平面座標 (x,y) における確率変数、 α_{mn} 、 β_{mn} はフーリエ係数、 ℓ_x 、 ℓ_y はそれぞれ x 、 y 方向の基本波長である。ところで、実際に我々が入手出来るのは領域内の任意の限られた点における標本値 $Y(x_i, y_i)$ ($i=1,2,\dots,K$)であるから、これらの値から真のフーリエ係数を推定することが必要である。標本値からフーリエ係数を計算するためには標本値をフーリエ変換すればよいが、実測地点は領域内の任意点であることが一般的であるから、ここでは直接最小2乗法により α_{mn} 、 β_{mn} を計算する。この場合、無限に存在する未知のフーリエ係数を有限個の標本値から推定しなければならないが、一般に高周波数成分はレベルが低いこと、通常は雑音成分と見なせることから、低周波数成分から順次フーリエ係数を求めればよいと考えられる。いまの場合、標本数が K 個であるから K 個の未知フーリエ係数を定めれば、全ての標本値に一致する $\hat{Y}$ の分布式を得ることが出来るが、一般的には観測誤差を含むと考えられる標本値に対して、このような推定法は必ずしも物理的に合理的ではない。赤池の情報量基準(AIC)は物理的に合理的な未知パラメータの個数を決定する方法として知られているが、ここではフーリエ係数の個数の決定にAICを採用する。AICは次の式で定義される: $AIC = K \times \ln(\sigma^2) - 2\theta$ (2) ここで、 K はデータ数、 σ^2 は $Y(x,y)$ の推定誤差の分散、 θ はパラメータ数である。最小2乗法では、パラメータ数はデータ数より少ないから $\theta < K$ を満たすフーリエ級数の項数の組合せに対して、それぞれAICを計算する。式(2)で、

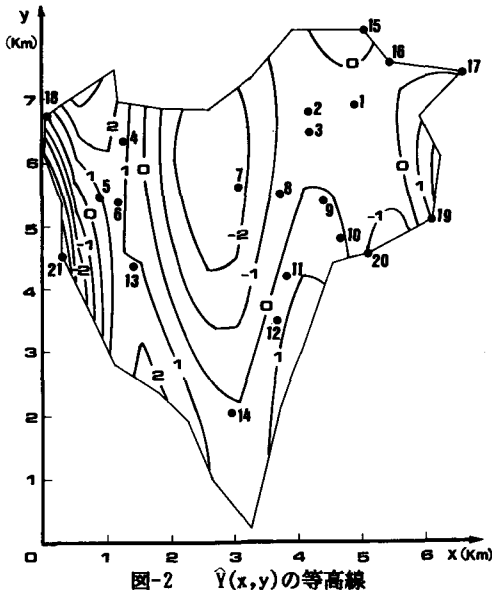


図-2 $\hat{Y}(x,y)$ の等高線

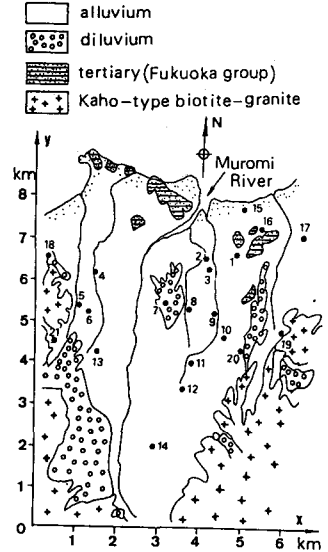


図-1 対象領域の地質概要

表-1 透水量係数の実測値および推定値

NOL	x(m)	y(m)	透水量係数 T (m ² /s)	Y	Ŷ	ΔY
1	4875	6850	5.412×10 ³	-0.300	-0.254	0.554
2	4125	6700	3.166×10 ³	-0.286	-0.304	0.017
3	4150	6425	5.516×10 ³	0.333	-0.264	0.597
4	1300	6300	9.482×10 ³	1.248	1.152	0.097
5	900	5475	4.140×10 ³	0.764	1.558	-0.794
6	1175	5350	1.084×10 ³	1.667	1.395	0.272
7	3075	5600	2.000×10 ⁴	-2.772	-2.288	-0.484
8	3700	5475	4.120×10 ³	0.266	-0.513	0.779
9	4375	5375	3.344×10 ⁴	-2.185	0.106	-2.291
10	4625	4775	5.391×10 ³	0.798	0.052	0.745
11	3800	4150	5.774×10 ³	1.001	0.623	0.379
12	3650	3450	3.387×10 ³	0.704	0.718	-0.013
13	1425	4325	8.194×10 ³	1.616	1.185	-0.431
14	2925	2050	8.054×10 ⁴	-0.163	-0.069	-0.231
15	5050	7950	4.385×10 ³	-0.094	0.118	-0.212
16	5500	7475	2.973×10 ³	-0.300	0.174	-0.126
17	6600	7325	1.660×10 ³	-0.508	-0.566	0.058
18	100	6675	5.002×10 ³	0.985	0.806	0.178
19	6125	5000	1.243×10 ²	1.905	1.945	-0.040
20	5100	4500	6.860×10 ⁴	-1.104	-1.230	0.125
21	325	4525	1.800×10 ³	-4.169	-4.180	0.012

表-2 σ^2 およびAICの算定

N	M	0	1	2	3	4
0	σ^2	2.30	2.30	2.11	1.94	1.14
	AIC	17.5	21.5	23.7	25.9	18.8
1	σ^2	2.30	2.09	1.00	0.43	0.33
	AIC	21.5	27.5	20.0	10.3	12.7
2	σ^2	2.28	2.01	0.63		
	AIC	25.3	34.7	23.0		
3	σ^2	2.21	1.72			
	AIC	28.7	39.4			
4	σ^2	2.19	0.78			
	AIC	32.5	30.8			

パラメータ数 θ はモデルの x 方向および y 方向の波の個数を M, N とすれば: $\theta = 2 \times (M+1)(N+1) - 2$ (3)

次に与えられた波の個数について、最小二乗法で求めた α_{mn}, β_{mn} による $\hat{Y}(x, y)$ の推定値 $\hat{Y}(x, y)$ は、

$$\hat{Y}(x, y) = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \{ \alpha_{mn} \sin(2\pi mx/\ell_x + 2\pi ny/\ell_y) + \beta_{mn} \cos(2\pi mx/\ell_x + 2\pi ny/\ell_y) \} \quad (4)$$

また分散は $\sigma^2 = \sum_{i=1}^K [Y(x_i, y_i) - \hat{Y}(x_i, y_i)]^2 / (K-1)$ (5)

3. 適応例: 図-1に室見川流域の地質概要を示す。

赤池は式(2)によるAICの最小に対するパラメータの個数が最適な個数であるとのべている。以下これに従って検討してみよう。番号は実測地点である。また表

-1には21箇所の実測値を示す。この領域では沖積層が主たる帯水層で、基盤標高が海へ向かって漸次増加していること、東西方向には花崗岩や洪積層が露頭していることから透水量係数は海に向かっては増加する傾向があること、東西方向には比較的変動が大きいことが推測される。図-3にほぼ x 方向および y 方向に並んだ実測点のデータ Y を●印で示す。これを見ると前述の推測のように y 方向に比べて x 方向には比較的变化が大きいことが分かる。いま基本波長を $\ell_x = 12\text{km}$ 、 $\ell_y = 10\text{km}$ とする。次に、式(3)に示すパラメータ数がデータ個数 ($K=21$) を越えない範囲の (M, N) の組について式(4)の $\hat{Y}(x, y)$ 、式(5)の分散 σ^2 、式(2)のAICを計算した。結果を表-2に示す。 $M=N=0$ の場合は、周波数成分を除く以前の $Y(x, y)$ の分散(トレンドからの残差成分の分散)と、このときのパラメータ数 θ を0としたAICを記入している。 x 方向の波の個数 M が y 方向の波の個数 N より多い方が、分散およびAICが小さくなる傾向がある。AICが (M, N) = (0, 0) の場合よりも小さくなっているのは (M, N) = (3, 1) と (4, 1) の組である。この二つのモデルでの分散もそれぞれ 0.43 と 0.33 で、他のケースに比べてかなり小さい。以後、AICが最小の (M, N) = (3, 1) のモデルを①、分散が最小の (M, N) = (4, 1) のモデルを②とする。図-4にそれぞれのモデルのスペクトルを示しているが、モデル②の方が①よりもパワーが大きいため変動の大きい推定値が得られている。図-3にこれらに対応する $\hat{Y}(x, y)$ の分布を併記し、図-2に $\hat{Y}(x, y)$ の等高線を描いている。 $\hat{Y}(x, y)$ の自己相関係数は、

$$R(\xi, \eta) = \frac{\sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \{ (\alpha_{mn}^2 + \beta_{mn}^2) \cos(2\pi m\xi/\ell_x + 2\pi n\eta/\ell_y) \}}{\sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N (\alpha_{mn}^2 + \beta_{mn}^2)} \quad (6)$$

ここに ξ, η は x および y 方向の2点間距離である。図-5に推定したフーリエ係数をもとに式(6)による $R(\xi, \eta)$ を示している。相関の強さを表す長さの尺度として図示のように軸と交わる位置を L_x, L_y とすると $L_x = 1.8\text{km}$ 、 $L_y = 2.8\text{km}$ が得られ、 y 方向の方が x 方向に比べて相関が高いことが分かる。このことは図-2の $\hat{Y}(x, y)$ の等高線からも理解できる。

4. 結び: 本報では透水量係数の空間分布および統計的

特性を推定するために、透水量係数の対数変換値を2次元確率変数と考え、これをフーリエ級数に展開した。この場合AICによりモデルの決定を行うことを提案したが、今後、予め素性の明らかな確率場をシミュレートし、本報の妥当性を確かめる共に、確率変数の満たすべき2次元確率微分方程式との関係を検討したい。

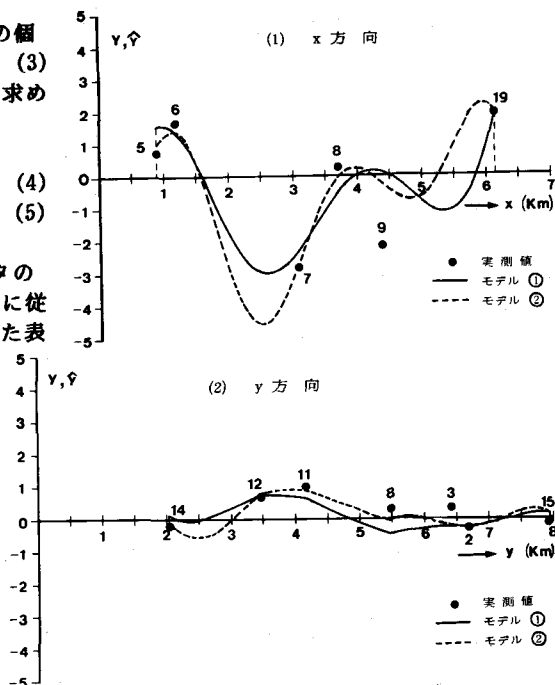


図-3 測定値とモデル①、②の $\hat{Y}(x, y)$

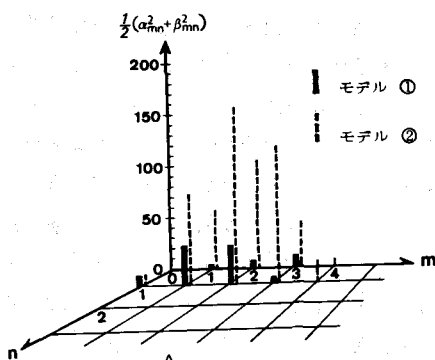


図-4 $\hat{Y}(x, y)$ のスペクトル

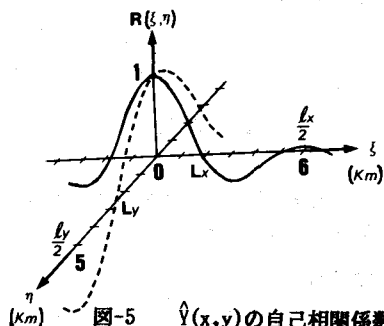


図-5 $\hat{Y}(x, y)$ の自己相関係数 (ℓ_x, ℓ_y : 基本波長)