

II-6

多孔体内の分散係数について

室蘭工業大学 正員 藤間 聡 九州大学工学部 正員 上田 年比古
九州大学工学部 正員 神野 健二 九州大学工学部 学生員 馬場 一孝

1. まえがき 多孔体内における分散現象の解明は、近年著しく進行している地下水汚染の防止対策を講ずる上で重要な課題である。汚染物質の挙動の予測は、現在主に数値解析法を使用して詳細な研究が進められている。^{1)・2)}しかしながらこれらの予測法は、分散係数をあらかじめ既知量と考へて解析を行っているため、実際の分散現象と分散係数との関連が不明確である現時点では、精度のよい予測は行われないと考えられる。本研究は室内実験で得られた種々のデータに最適化手法を適用して分散係数を推定する方法を示し、併せて流速と分散係数との関係を検討するものである。

2. 分散方程式 二次元多孔体内における移流 なる物質の移動は、次の分散方程式により表わされる。

$$\frac{\partial C}{\partial t} = K_L \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + K_T \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - V \frac{\partial C}{\partial x} \quad \dots (1)$$

ここに、 C : トレーサ濃度、 K_L : 縦方向分散係数(主流に平行方向)、 K_T : 横方向分散係数(主流に直角方向)、 V : 平均空けき内流速、 x : 主流に平行な座標、 y : 主流に直角な座標、 t : 時間
2-1. 一次元分散現象 一次元分散現象を取扱う場合には、分散方程式は(1)式の右辺第二項を消去した式となる。多孔体を均一等方性とし一定濃度のトレーサを連続投入した場合、下記の初期及び境界条件での(1)式の解は次式で与えられる。

$$\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{x-Vt}{2\sqrt{K_L t}} \right) \quad \dots (2)$$

初期条件 : $C(x, t=0) = 0 \quad x > 0$

境界条件 : $C(x=0, t) = C_0 \quad t \geq 0$

$C(x=-\infty, t) = 0 \quad t \geq 0$

2-2. 二次元分散現象 本報で解析する二次元分散は、多孔体の深さ方向におけるトレーサ濃度、流速ともに変化しない平面分散現象を対象とする。一次元分散解析と同様に均一等方性の多孔体に、深さ方向に線状に一定濃度のトレーサを瞬間投入した場合の(1)式の解は次式で与えられる。

$$C = \frac{Mx}{4\pi nhVt\sqrt{K_L K_T}} \exp \left[-\frac{(x-Vt)^2}{4K_L t} - \frac{y^2}{4K_T t} \right] \quad \dots (3)$$

初期条件 : $C(x, y, t=0) = 0 \quad x, y > 0$

境界条件 : $C(x=0, y, t) = \frac{M}{nhV} \delta(y) \delta(t)$

$C(x=-\infty, y, t) = 0$

$C(x, y=-\infty, t) = 0$

ここに、 M : トレーサ総投入量、 n : 空けき率、
 h : 多孔体総厚。

(3)式の取扱いを容易にするため、次式のように変形を行なう。

$$C = t^2 \exp(A - Bt^2 - Dt) \quad \dots (4)$$

ここに、

$$A = \log \left[\frac{mx}{4\pi\sqrt{K_L K_T}} \right] + \frac{xV}{2K_L}, \quad m = \frac{M}{nh}$$

$$B = \frac{x^2}{4K_L} + \frac{y^2}{4K_T}, \quad D = \frac{V^2}{4K_L}$$

分散係数 K_L, K_T の決定は、(2)式及び(4)式が実測データと最もよく合致するものを選ぶことになる。次章において分散係数の決定法について述べる。

3. 分散係数の決定 本報で分散係数を決定するために用いる方法は、Powellの制約条件のない最適化手法である³⁾。この手法は実測データと(2)式または(4)式の計算値との差の二乗の総和を目的関数とし、この目的関数を最小にする K_L, K_T 及び V を探索するものである。アルゴリズムを(2)式に関して簡単に説明する。トレーサの濃度を支配するパラメータは V と K_L であり、まず K_L の最適値を求めるため V を固定して初期値 K_L^1 と $K_L^2 = K_L^1 + S$ (S は探索方向の刻み幅)について目的関数を評価し求めた二つの関数値をそれぞれ F_1, F_2 とする。次に K_L^3 を以下のように定める。 $K_L^3 = K_L^2 + 2S$ ($F_1 \geq F_2$), $K_L^3 = K_L^1 - S$ ($F_1 < F_2$) K_L^3 について関数値 F_3 を評価し、 F_1, F_2, F_3 を通る二次曲線を考え、この二次曲線の最小値 F_{min} に対応する K_L を求める。 V に関しても同様な操作を行った後、二個のパラメータの探索方向を合成しその方向に最小の目的関数を見出す。これに対応する K_L, V が最適値となる。

4. 実験方法 実験に用いた多孔体は、砂(有効径0.075cm, 空けき率0.376)、ガラスビーズ(平均径0.10cm, 空けき率0.383)、スチレンビーズ(平均

径0.15cm,空けき率0.367及び平均径0.13cm,空けき率0.351の二種類)を用いた。一次元分散実験装置をFig. -1に示す。この装置は内径 $\Phi = 10.6\text{cm}$,長さ $L=100.0\text{cm}$ の透明アクリル製カラムからなり、多孔体が下端から高さ80cmに充てんされている。実験は一定濃度 $C_0=10.0\text{g/l}$ の塩水をトレーサとし連続供給して、多孔体上面から26,46,66cmの三点で塩分濃度を測定する。平面二次元分散実験は、高さ1.0m,幅0.4m,長さ4.5mの両面アクリル張り鋼製二次元水路にカラム実験と同一の砂を用いて高さ0.58m,幅0.4m,長さ2.0mの被圧帯水層を設置し、種々の動水こう配の下で行なった。トレーサは、濃度 $C_0=20.0\text{g/l}$ の塩水を用い、その濃度変化を帯水層上流面から20,60,100,140,180cmに設けた観測井において測定した。観測井は直径 $\Phi=20\text{mm}$ の多孔塩ビ製パイプからなり、完全貫入井である。トレーサ投入点は20cmの位置にある井とした。

5. 実験結果と考察 一次元分散実験において種々の多孔体を用いて得られた分散係数をFig. -2に示す。同図には、神野⁴⁾、Scheidtger⁵⁾の実験結果の一部を併せて記載してある。この図から分散係数 K_L と平均空けき内流速 V の間には比例関係が認められる。しかし、多孔体の粒径の違いによる分散係数の変化は必ずしも明確ではない。本実験においては分散係数 K_L と平均空けき内流速 V との関係は最小二乗近似から次式を得た。 $K_L = 0.163V^{1.14} \dots (5)$

次に、平面二次元分散実験の結果の一例をFig. -3に示す。この図は、瞬間塩分総投入量 $M=2.98\text{g}$,平均空けき内流速 $V=0.0395\text{cm/s}$ の条件で得られた縦方向分散係数 $K_L=0.00755\text{cm}^2/\text{s}$,横方向分散係数 $K_T=0.00023\text{cm}^2/\text{s}$ を用いた最下流井における理論曲線と実測値を示す。両者はほぼ一致しており、縦及び横方向分散係数の値がよい精度で得られることが認められる。また、縦方向分散係数 K_L は(5)式をほぼ満足する。

6. あとがき 本報において得られた結果を要約すると、

- 1) 分散方程式とPowellの最適化手法を組み合わせることにより、精度よく分散係数を推定できる。
- 2) 縦方向分散係数は、平均空けき内流速との間に次の関係が成立する。 $K_L = 0.163V^{1.14} (0.05 < V < 1.00\text{cm/s})$
- 3) 横方向分散係数は、縦方向分散係数のほぼ 10^{-2} のオーダーにある。

参 考 文 献

- 1) Pinder, G.F., Gray, W.G., Finite Element Simulation in Surface and Subsurface Hydrology, Academic Press, 1977
- 2) 河野 伊一郎, 西屋 誠, 田中 慎一: 飽和・不飽和浸透流における非定常塩水化現象の有限要素法解析, 土木学会論文報告集, No. 331, pp. 133~141, 1983
- 3) Box, M.J., Davies, D. (黒田 充訳): 非線形最適化の技法, 培風館, 1972
- 4) 神野 健二: 浸透層内の縦方向分散係数および観測モデルについて, 日本地下水学会誌, Vol. 21, No. 2, pp. 55~71, 1979
- 5) Scheidtger, A.E., Statistical Hydrodynamics in Porous Media, J. Appl. Physics, Vol. 25, 1954

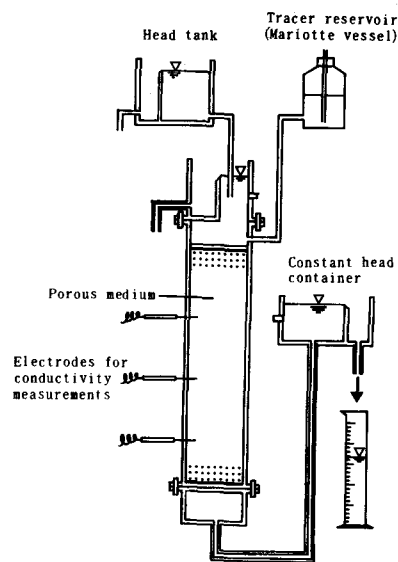


Fig. - 1 Experimental setup

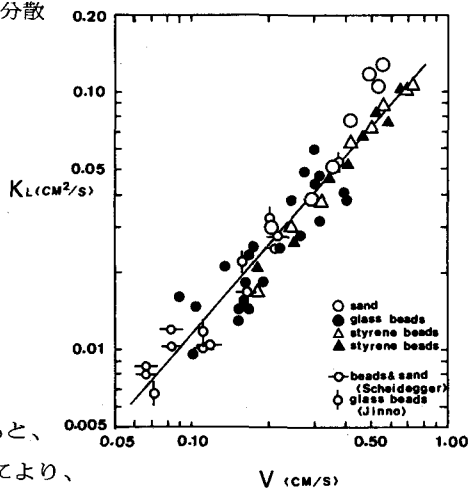


Fig. - 2 Relation between K_L and V

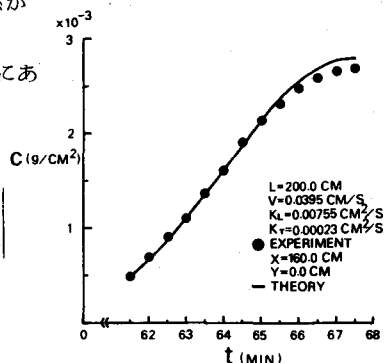


Fig. - 3 Theoretical and experimental breakthrough-curve