

I-51

境界要素法による半無限弾性体の面外波動問題の解法

熊本大学工学部 正員 大津 政康
 熊本工業大学 正員 ○上杉 真平
 熊本大学工学部 学生員 勝又 成也

1. はじめに

地震等による地盤の応答を求める問題は、これまで半無限弾性領域の問題として有限要素法⁽¹⁾等により解析が行われてきた。このような問題の厳密解法の一つとして鏡像法があるが、鏡像法はその適用範囲が狭く、境界面が不規則である場合、また、P波、S波などに対しては不適であるため、これに替るものとして、最近、境界要素法が注目されている。本法を用いる場合に問題となるのが半無限境界の取り扱いについてである。そこで本研究では、問題を面外波動の場合に絞り、半無限境界を有限長さの境界に置き替えて近似し、積分範囲をどの程度の長さにとることで所要の結果が得られるかについて検討している。

2. 境界要素法による定式化⁽²⁾

Fig. 1に示されるような空間内において、等方、等質かつ線形の弾性体を考え、物体力は無いものとする。いま、2次元問題を考えるものとする、面外方向変位は次のように表わされる。

$$u(x) = u_0(x) + u_s(x) \quad (1)$$

ここに、 $u_0(x)$ は自由場の変位、 $u_s(x)$ は散乱場の変位である。

いま、定常状態を考えると、散乱場はHelmholtzの方程式を満足するので、その解は次のような2次元の積分表示式(一重層ポテンシャルによって表わされるものとする。)で表わすことができる。

$$u_s(x) = \int_C G(x, \xi) \varphi(\xi) dS_\xi \quad (2)$$

$$G(x, \xi) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(kr) \\ r = |x - \xi|, \quad x \in D, \quad \xi \in C$$

ここに、 $G(x, \xi)$ はGreen関数、 $\varphi(\xi)$ は積分密度、 $H_0^{(1)}$ は第1種Hankel関数、 S は境界上の1点から境界に沿って測った長さを示す変数である。自由表面上で、 $\frac{\partial u}{\partial n}(x) = 0$ という境界条件を(1)、(2)式に課すことにより、次の方程式を得る。

$$-\frac{\partial u_0}{\partial n}(x) = \frac{1}{2} \varphi(x) + \int_C \frac{\partial G}{\partial n}(x, \xi) \varphi(\xi) dS_\xi \quad (3)$$

ここに、 n は外向単位法線ベクトルである。(1)、(3)式を離散化し、

$$u_i = u_i^0 + \sum_j G_{ij} \varphi_j \Delta S_j \quad (4)$$

$$-\left(\frac{\partial u_0}{\partial n}\right)_i = \frac{1}{2} \varphi_i + \sum_j \left(\frac{\partial G}{\partial n}\right)_{ij} \varphi_j \Delta S_j \quad (5)$$

とすることにより(5)式より求めた φ_j を用いて、(4)式から面外変位を求めることができる。

3. 鏡像法による解法

鏡像の方法については、これまでに多くの文献に詳しく述べられてある⁽³⁾⁽⁴⁾ので、ここでは簡単にその概略を説明しておく。Fig. 2に示すような、自由表面上に任意形状の溝を有する2次元の半無限領域を考える。この時、半無限境界上で自由境界の条件を満足するために、自由表面 $y=0$ において反射の影響を考慮し、入射波 $u(i)$ および

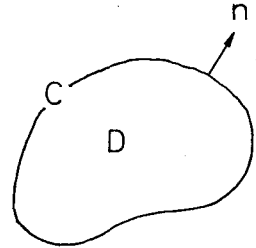


Fig.1

反射波 u_r の重ね合わせとして自由場 u_0 が表わされるものとする。
前節で述べたように、2次元問題として定常状態の調和波を考えるもの
とすると自由場の解を次のように仮定できる。

$$u_0 = 2\cos(k\cos\alpha y)\exp[i\omega t - ik\sin\alpha x] \quad (6)$$

本領域においても、前節同様、散乱場は(2)式によって表わされる。た
だし、Green関数として次のような基本解を用いる。

$$G(x, y) = \frac{i}{4} [H_0^{(1)}(kr_1) + H_0^{(1)}(kr_2)] \quad (7)$$

$$r_1 = [(x - \xi_x)^2 + (y - \xi_y)^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$r_2 = [(x - \xi_x)^2 + (y + \xi_y)^2]^{\frac{1}{2}}$$

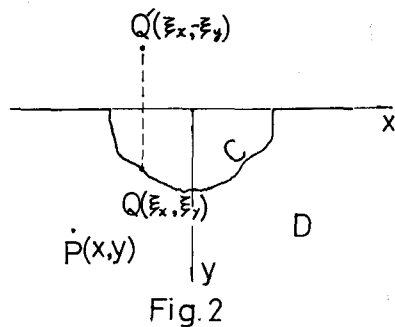


Fig. 2

ここに、点 Q と Q' は半無限境界面を対称軸として鏡像の関係にあるものとする。さらに(2)式において積分密度を
 $q(\xi) = \sum b_n \delta(1 - \xi_n)$ と仮定すると、前節同様、境界条件を与えて離散化し全体場の解を求めることができる。

4. 数値計算と計算結果

本研究で用いた解析モデルをFig. 3に示す。ここでは、三角形断面の溝にSH波が入射する場合を考えている。数値解析にあ
たっては、境界の分割区間 L は一定値とし半無限境界を近似する有限長さ L を変化さ
せて数値計算を行なった。まず、

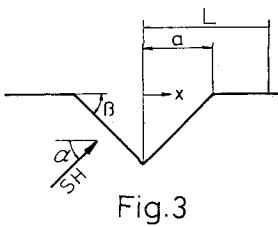


Fig. 3

Fig. 4に有限近似長さ L の取り方の違
いによる散乱場の解の変化の様子
を示す。比較のため、鏡像法によ
る計算結果も併せて示してある。
 L が6以上になると計算値はほと
んど変わらなくなるようである。

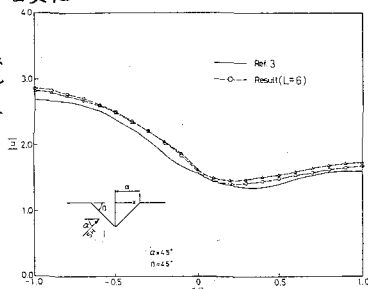


Fig. 4

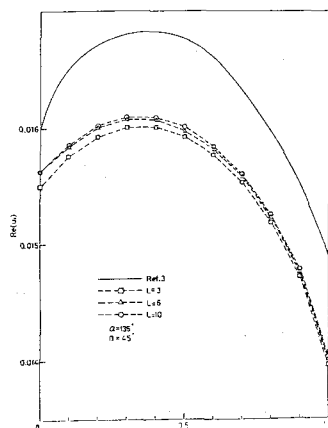


Fig. 5

次に、積分密度 q の値の分布を

Fig. 5.6に示す。Fig. 5は

L の値を変えた場合の q
の分布、また Fig. 6
はSH波の入射角 α を
変化した場合の q の
分布を示しているが、
いずれも $x=5a \sim 6a$
以上の分割点での値は
計算に影響を及ぼさな
い程度の小さな値とな
っている。以上のこと

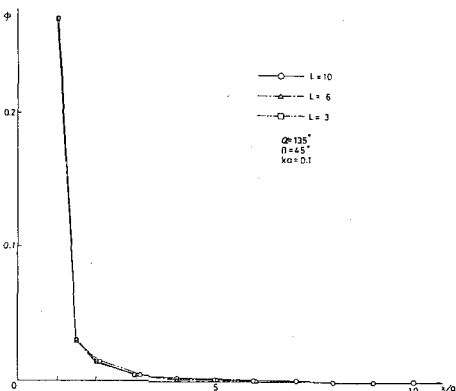


Fig. 6

から $L=6a$ 程度に取れ

ば所要の計算結果は得られるものと思われる。参考のため $L=6a$ の場合の全体場の変位振幅をFig. 7に示す。

<参考文献> 1) B.J. Lysmer; "Shear Waves in Plane Infinite Structures", ASCE, Eng. Mech. Div., 1972 2) 大津, 上杉; "地表の不規則性によるSH波の回折現象の解析, 工学会西部支部研, 1983 3) F.J. Sanchez-Sesma; "Ground motion of Canyon of arbitrary shape under incident SH Waves" Earth. eng. struct. dyn., 1979 4) 丹羽, 大津, 北原; "地下備蓄における岩盤内構造物の耐震安全性評価法に関する基礎的研究, 1982