

I-30

道路橋の無次元化表示による定常ランダム応答解析に基づく衝撃係数

鹿児島高専 正眞 内谷 保

1. はじめに

道路橋の設計衝撃係数は活荷重の移動に伴う動的増加成分を設計に加味するために導入されたものであり、活荷重に相当する大型連行自動車荷重による道路橋の動的応答に基づいて評価するのが合理的と考えられる。このとき、道路橋や車両の固有振動数が道路橋の動的応答に及ぼす影響には無視できないものがあると考えられ、車両の固有振動数の影響に関してはこれまでにある程度の検討がなされてきている。しかし、道路橋の固有振動数の影響に関してはあまり検討がなされていまいようである。本論は、単純桁道路橋の連行車両による動的応答の運動方程式を無次元化表示し定常ランダム応答解析を行い、道路橋の固有振動数が動的応答(衝撃係数として表す)に及ぼす影響について検討したものである。なお、無次元化に際しては連行車両の重量および固有振動数の代表値を基本量とした。

2. 橋梁-連行車両系の運動方程式の無次元化と2乗平均値の算定

図-1に示すように、橋面凹凸 $\Delta(x)$ (平均値零の定常ランダム過程)を有する単純桁橋に N 台の連行車両(重量 P_j , 減衰定数 r_j , 固有円振動数 ω_j , $j=1, 2, \dots, N$)がある固定された位置で走行中の不規則振動を及ぼしているものとする。このとき、橋梁の着目点 x におけるたわみ応答 $y(x, t)$ は静的たわみ $Y_{st}(x)$ を

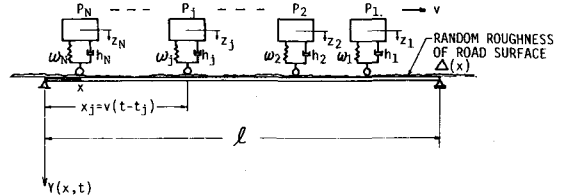


図-1 橋梁-連行車両の解析モデル

平均値とする定常ランダム過程となり、その動的成分(動的増加たわみ) $y(x, t)$ および各車両の鉛直変位 $z_j(t)$ は平均値零の定常ランダム過程となる。いま、橋梁の固有振動モードを $\varphi_m(x)$, 基準座標を $g_m(t)$ とすれば、動的成分は $y(x, t) = \sum_m \varphi_m(x) g_m(t)$ で表わされ、橋梁-連行車両系の運動方程式は $g_m(t)$ と $z_j(t)$ に関する連立微分方程式で与えられる。ここで、連行車両の固有円振動数と重量の代表値 ω_0, P_0 を基本量として静的たわみおよび橋梁-連行車両系の運動方程式を無次元化表示すれば次のようになる。

無次元化された静的たわみ: $\bar{Y}_{st}(x)$

$$\bar{Y}_{st}(x) = \frac{Y_{st}(x)}{A} = \frac{2\bar{P}_0}{\omega_0^2} \sum_m \frac{\varphi_m(x)}{m^2} \left(\sum_{j=1}^N \bar{r}_j \bar{\varphi}_m(\tau - \tau_j) \right) \quad (1)$$

無次元化された橋梁-連行車両系の運動方程式:

$$\left(\frac{\alpha}{2\pi} \right)^2 \ddot{\bar{g}}_m(\tau) + 2 \left(\frac{\alpha}{2\pi} \right) m^2 \bar{r}_j \bar{\omega}_j \dot{\bar{g}}_m(\tau) + m^2 \bar{\omega}_j^2 \bar{g}_m(\tau) = -2 \left(\frac{\alpha}{2\pi} \right)^2 \bar{P}_0 \sum_{j=1}^N \bar{r}_j \ddot{\bar{z}}_j(\tau) \bar{\varphi}_m(\tau - \tau_j) \quad (2)_a$$

$$\left(\frac{\alpha}{2\pi} \right)^2 \ddot{\bar{z}}_j(\tau) + 2 \left(\frac{\alpha}{2\pi} \right) \bar{r}_j \bar{\omega}_j \dot{\bar{z}}_j(\tau) + \bar{\omega}_j^2 \bar{z}_j(\tau) - \bar{\omega}_j^2 \sum_m \bar{\varphi}_m(\tau - \tau_j) \bar{g}_m(\tau) = \bar{\omega}_j^2 \bar{\Delta}(\tau - \tau_j) \quad (2)_b$$

$$\text{無次元化された動的増加たわみ: } \bar{y}(x, \tau) = y(x, t)/A = \sum_m \varphi_m(x) \bar{g}_m(\tau) \quad (3)$$

ここに、 $A = g/\omega_0^2$, $\alpha = 2\pi v/l\omega_0$, $\tau = vt/l$, $\bar{g}_m(\tau) = g_m(t)/A$, $\bar{z}_j(\tau) = z_j(t)/A$, $\bar{\Delta}(\tau) = \Delta(x)/A$, $\bar{P}_0 = P_0/w$, $\bar{r}_j = r_j/P_0$, $\bar{\omega}_j = \omega_j/\omega_0$, $\bar{\omega}_{jm} = m^2 \bar{\omega}_j$, $\bar{\omega}_j = \omega_j/\omega_0$, $\tau_j = v t_{j1}/l = \sum_{k=1}^j \lambda_k/l$, $\bar{\varphi}_m(\tau) = \sin(m\pi\tau)$ 。ただし、 v は走行速度、 g は重力加速度、 w , ω_0 は橋梁の重量および1次固有円振動数、 t_{j1} は車両 j が橋梁に進入する時刻で $t_{j1} = 0$ 。また、 λ_k は車両 $k-1$ と k の車両間隔で $\lambda_1 = 0$ とする。

式(2)_{a, b}において、 $\bar{\Delta}(\tau)$ を定常ランダム入力と考えて $\bar{\Delta}(\tau) = e^{i\frac{2\pi\omega}{\alpha}\tau}$ と置き、それに対応する応答 $\bar{g}_m(\tau)$, $\bar{z}_j(\tau)$ の周波数応答関数を $H_{gm}(i\omega)$, $H_{zj}(i\omega)$ ($j=1, 2, \dots, N$)とすれば次式が得られる。

$$H_{2m}(\bar{\omega}) = \frac{2\bar{P}_0 \bar{\omega}^2}{(m^2 \bar{\omega}_{g1}^2 - \bar{\omega}^2) + i 2m^2 \bar{\omega}_{g1} \bar{\omega}} \sum_{j=1}^N \bar{\gamma}_j \bar{P}_m(\tau - \tau_j) H_{2j}(\bar{\omega}) \quad (4)$$

$$[A_{jk}(\bar{\omega})] \{H_{2j}(\bar{\omega})\} = \{B_j(\bar{\omega})\} \quad (5)$$

ここに、 $\bar{\omega} = \omega/\omega_1 = 2\pi v\Omega/\omega_1 = \alpha l\Omega$ 、 Ω は橋面凹凸の周波数 (cycle/m) であり、 i は虚数単位である。また、 $[A_{jk}(\bar{\omega})]$ は $N \times N$ の複素正方行列であり、 $\{H_{2j}(\bar{\omega})\}$ 、 $\{B_j(\bar{\omega})\}$ は N 行の列ベクトルである。式(5)を解くことにより $H_{2j}(\bar{\omega})$ ($j=1, 2, \dots, N$)が求められる、これを式(4)に代入することによって $H_{2m}(\bar{\omega})$ が求められる。いま、橋梁の無次元化された動的増加たわみ $\bar{y}(x, \tau)$ は式(3)で与えられるので、その二乗平均値(たわみ応答の分散) $\bar{y}^2(x)$ は次式で与えられる。

$$\bar{y}^2(x) = E[\bar{y}^2(x, \tau)] = \sum_m \sum_n \bar{y}_m(x) \bar{y}_n(x) E[\bar{z}_m(\tau) \bar{z}_n(\tau)] = \sum_m \sum_n \bar{y}_m(x) \bar{y}_n(x) \{H_{2m}(\bar{\omega}) H_{2n}^*(\bar{\omega}) + H_{2n}(\bar{\omega}) H_{2m}^*(\bar{\omega})\} S_{\bar{z}}(\bar{\omega}) d\bar{\omega} \quad (6)$$

ここに、*印は共役複素数を表わし、 $S_{\bar{z}}(\bar{\omega})$ は無次元化された橋面凹凸 $\bar{z}(\tau)$ のパワースペクトル密度で $S_{\bar{z}}(\bar{\omega}) = \beta/(\bar{\omega}^4 + \bar{\omega}^2)$ と表わされる。ただし、 $\beta = 2\pi v a / l^3 \omega_1$ 、 a は橋面の良否を示す定数 (cm²/m) である。また、曲げモーメント応答については次のようになる。

$$\text{無次元化された静的曲げモーメント: } \bar{M}_{st}(x) = (2\pi^2 \bar{P}_0 / \bar{\omega}_{g1}^2) \sum_m \bar{y}_m(x) / m^2 \cdot \left(\sum_{j=1}^N \bar{\gamma}_j \bar{P}_m(\tau - \tau_j) \right) \quad (7)$$

$$\text{無次元化された動的増加曲げモーメントの二乗平均値: } \bar{M}^2(x) = \pi^2 \sum_m \sum_n m^2 n^2 \bar{y}_m(x) \bar{y}_n(x) E[\bar{z}_m(\tau) \bar{z}_n(\tau)] \quad (8)$$

次に、橋梁の衝撃係数は式(1)、(7)より求められる静的たわみおよび静的曲げモーメントの最大値 $\bar{y}_{st, \max}(x)$ 、 $\bar{M}_{st, \max}(x)$ と式(6)、(8)より求められるたわみ応答および曲げモーメント応答の標準偏差 $\bar{y}(x)$ 、 $\bar{M}(x)$ を用いて次式で算定する。なお、次式中 $\bar{y}$ 、 $\bar{M}$ はたわみ応答および曲げモーメント応答に基づく衝撃係数を示している。

$$\bar{I}_y = 2\bar{y}(x) / \bar{y}_{st, \max}(x) \quad (9)_a, \quad \bar{I}_M = 2\bar{M}(x) / \bar{M}_{st, \max}(x) \quad (9)_b$$

3. 数値計算例

数値計算には支間 $l=20 \sim 60$ mの単純桁橋を対象として、表

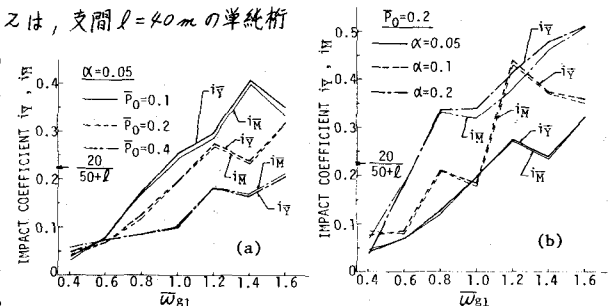
表-1. 無次元パラメータ $\bar{\omega}_{g1}$ 、 $\bar{P}_0$ 、 α の値

l (m)	$\bar{\omega}_{g1} = \omega_{g1}/\omega_1$	$\bar{P}_0 = P_0/W$			$\alpha = 2\pi v/l\omega_1$		
20	2.0 ~ 3.4	0.21	0.41	0.61	0.10	0.20	0.40
30	1.0 ~ 2.4	0.16	0.26	0.46	0.07	0.13	0.26
40	0.4 ~ 1.6	0.10	0.20	0.40	0.05	0.10	0.20
50	0.4 ~ 1.6	0.07	0.15	0.30	0.04	0.08	0.16
60	0.4 ~ 1.6	0.06	0.12	0.24	0.03	0.07	0.14

1に示すような無次元パラメータの変化による衝撃係数 $\bar{I}_y$ 、 $\bar{I}_M$ の影響を調べた。なお、表中の値は $l=20$ m荷重相当の大型自動車の重量および固有円振動数を基本量 P_0 、 ω_1 に選り、文献(1)で用いた単純桁橋の諸量を参考に決定した。また、橋面凹凸の良否を示す定数は $a=0.005$ cm²/mとした。図-2は、支間 $l=40$ mの単純桁

橋における橋梁の無次元化された1次固有円振動数 $\bar{\omega}_{g1}$ 、 $\bar{P}_0$ 、 α に及ぼす影響について示したものである。(a)は無次元化された速度パラメータ α を0.05と固定して橋梁の無次元化された重量パラメータ $\bar{P}_0$ を0.1、0.2、0.4と変化させた場合を示し、(b)は $\bar{P}_0$ を0.2と固定して α を0.05、0.1、0.2と変化させた場合を示している。いずれの場合も $\bar{\omega}_{g1}$ が大きくなれば $\bar{I}_y$ 、 $\bar{I}_M$ も大きくなる傾向にあり、 $\bar{P}_0$ が小さい程(橋梁の重量が大きい程)、また α が大きい程(車両の走行速度が大きい程)その傾向は顕著となるようである。また、 $\bar{I}_y$ 、 $\bar{I}_M$ は $\bar{\omega}_{g1}=1.2$ 付近で一つのピークを示すと共に現行道路橋示方書の規定値 $20/(50+l)$ より一般に大きくなっている。これは、いま連行車両の無次元化された固有円振動数を $\bar{\omega}_2=1.8$ ととり、一種の共振状態が生じているためと考えられる。これらにより、特に設計活荷重に相当する大型自動車の固有振動数付近の1次固有振動数を有する橋梁に対しては、設計衝撃係数に何等かの形で1次固有振動数の効果を導入する必要があるように思われる。

図-2. 橋梁の無次元化された1次固有円振動数 $\bar{\omega}_{g1}$ による $\bar{I}_y$ 、 $\bar{I}_M$ の変化 ($l=40$ m, $\bar{\omega}_2=1.8$, $\bar{y}_m=0.02$, $\bar{y}_j=0.03$)



[参考文献] 1) 彦坂他: 土木学会論文報告集, No.290, 1979-10. 2) 内谷: 土木学会論文報告集, No.320, 1982-4.